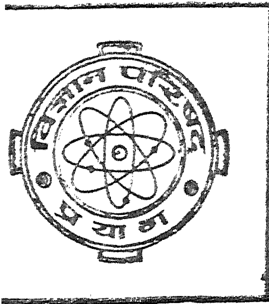


VIJNANA PARISHAD ANUSANDHAN PATRIKA

THE RESEARCH JOURNAL OF THE HINDI SCIENCE ACADEMY

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

Vol. 34 January, April, 1991 No. 1, 2

[कौंसिल आफ साइंस एण्ड टेकनॉलाजी उत्तर प्रदेश तथा कौंसिल आफ साइंटिफिक एण्ड इण्डस्ट्रियल रिसर्च नई दिल्ली के आर्थिक अनुदान द्वारा प्रकाशित]

विज्ञान परिषद्·इलाहाबाद

विषय-सूची

भूमिगत संरचनाओं से ऊष्मान्तरण

महेन्द्र सिंह सोढ़ा
देवी अहिल्या विश्वविद्यालय, इन्दौर

सारांश

भूमिगत संरचनाओं (यथा भूमिगत भवन, बर्मित भवन, तहखाना, शीतल भंडार, बायोगैस संयंत्र, पाइप लाइन, भूमिगत रेलवे लाइन आदि) के ऊष्मिक मूल्यांकन के लिए संरचना एवं भूमि से ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन आवश्यक है। इस शोधपत्र में विभिन्न आकृति की संरचनाओं और भूमि की सतह के ताप की स्थायी और कालिक अवस्थाओं के लिए ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन करने में प्रयुक्त विविध वैश्लेषिक आंकिक और प्रायोगिक अनुरूपक विधियों की विवेचना की गई है।

1. परिचय

भूमिगत संरचनाओं (उदाहरणार्थ भूमिगत भवन, बर्मित भवन, तहखाना, शीतल भंडार, भूमिगत बायोगैस संयंत्र, पाइप लाइन, भूमिगत रेलवे लाइन आदि) के ऊष्मिक मूल्यांकन के लिये संरचना एवं भूमि में ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन आवश्यक है।

भूमि समाकलित संरचना और भूमि में ऊष्मान्तरण जटिल त्रिआयामी प्रक्रिया है। इसे समझने के लिये भूमि ताप $T(x, y, z, t)$ के त्रिआयामी ऊष्मा संवहन समीकरण का हल आवश्यक है :

$$\underline{\nabla}.(k_g \underline{\nabla} T) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

ऊष्मीय चालकता k_g भूमि की संरचना (जल तथा वायु मिला कर) पर निर्भर करती है और समय के साथ परिवर्तित होती है। इसी प्रकार घनत्व ρ तथा विशिष्ट ऊष्मा C भी आर्द्रता पर निर्भर होने के कारण समय के साथ परिवर्तित होते रहते हैं।

भवन की ज्यामिति के संगत परिसीमा प्रतिबंधों के साथ इस समीकरण का हल अत्यंत कठिन है। अतः लगभग सभी शोधकर्ताओं ने भूमि को समांग, समदिक एवं स्थिर गुणों वाली मान कर समीकरण के सरल रूप का हल निकाला है।

$$\nabla^2 T = (1/\alpha) \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2}$$

जहाँ $a=k_g/\rho_g c_g$ भूमि की ऊष्मिक विसरणीयता है। भवन की विभिन्न ज्यामितियों के लिये, समीकरण (2) का भी हल निकालना कठिन है। अधिकतर ऊष्मान्तरण के विश्लेषणों में समीकरण (2) का एक आयामी रूप ही प्रयुक्त हुआ है। किसी भी यथार्थ विश्लेषण में समीकरण के कम से कम द्विआयामी रूप का प्रयोग आवश्यक है। अधिकतर अवस्थाओं में त्रिआयामी रूप ही सम्मिलित है।

ऊष्मीय संवहन समीकरण के स्थायी तथा कालनिर्भर हल ज्यामिति के उच्च सममित की संरचनाओं (जैसे गोला तथा अनन्त बेलन) के लिये प्राप्त कर लिये गये हैं[1-4]। न्यूनतर सममिति की अवस्था में भी स्थायी तथा कालनिर्भर आंकिक हल प्राप्त किये जा सकते हैं किन्तु इसके लिये अधिक संगणन समय की आवश्यकता होती है[5-8]। अतः इन अवस्थाओं में ऊष्मान्तरण को ज्ञात करने के लिये सरल अनुरूपिक विधियाँ उपयोगी होती हैं।

2. स्थायी ऊष्मान्तरण

भूमि तथा संरचना (चित्र 1) के ऊष्मान्तरण $\dot{Q}$ को निम्न समीकरण द्वारा निरूपित किया जा सकता है[5,9]

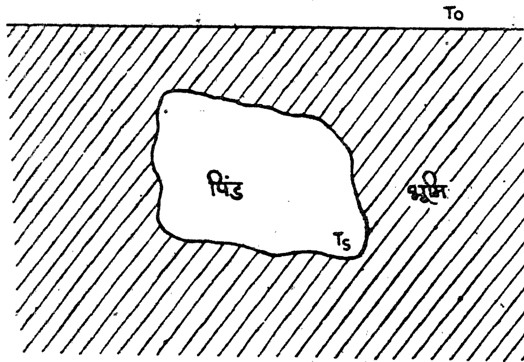
$$\dot{Q}=k_g aF(T_s-T_1) \tag{3}$$

जहाँ a संरचना-भूमि निकाय की लाक्षणिक लंबाई है,

F रूप गुणांक है जो भूमि-संरचना निकाय के रूप पर (माप पर नहीं) निर्भर है,

T_1 पृथ्वी की समतल सतह का ताप है

तथा T_s संरचना की बाहरी सतह का ताप है।



चित्र 1 : भूमि पिंड निकाय

इसी प्रकार यदि एक चालक पिंड अर्धअनन्त विद्युदपारक माध्यम में स्थित हो तो, विद्युदपारक की समविभव समतल सतह तथा पिंड में विभवान्तर स्थापित करने के लिये आवेशान्तरण

$$Q=C(V_1-V_2)\,;\ C=\epsilon aF \tag{3A}$$

जहाँ माध्यम की विद्युदपारक, पारगम्यता तथा C निकाय की धारिता है।

इसी प्रकार यदि पिण्ड चालक माध्यम में स्थित हो तो पिण्ड तथा माध्यम की समविभव समतल सतह के बीच विद्युद धारा I का मान होगा

$$I=\sigma\, a\, F(V_1-V_2) \tag{3B}$$

जहाँ σ माध्यम की विद्युतचालकता है।

रूप गुणांक F ज्ञात करने की दो मुख्य विधियाँ हैं।

2.1 वैश्लेषिक विधि

2.1.1.1 भूमिगत गोला

अर्धव्याम a के दो गोलों (जिनके केन्द्र $2l_1$ दूरी पर हैं) के निकाय की विद्युतधारिता के आव्यूह-अवयव, लेबडेव इत्यादि[10] ने ज्ञात किये हैं। इन अवयवों का उपयोग करके अर्धव्यास a के एक गोले की विद्युत-धारिता (जिसका केन्द्र एक अनन्त चालक चादर से दूरी l_1 पर स्थित है) निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित की जा सकती है—

$$C=4\pi\epsilon a\left\{\tfrac{1}{2}+\sum_{n=1}^{a}\exp(-\eta\beta).(1+\cosh\eta\beta)\sinh\beta/\sinh\eta\beta\right\} \tag{4}$$

जहाँ

$$\cosh\beta=l_1/a$$

कोर्सन तथा लोरेन[11] ने एक भिन्न मार्ग अपनाया। बिम्ब की विधि तथा क्रमिक सन्निकटीकरण का उपयोग कर इन शोधकर्ताओं ने भी धारिता के लिये व्यंजक प्राप्त किया है। इस व्यंजक तथा समीकरण (4) से प्राप्त धारिता के मान अत्यंत सन्निकट हैं।

रूप गुणांक F, समीकरण (3) के उपयोग से प्राप्त निम्नलिखित समीकरण से ज्ञात हो सकता है—

$$F=C/\epsilon a \tag{4A}$$

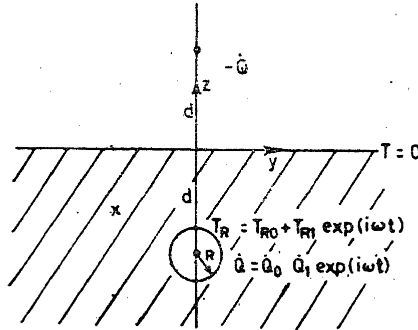
2.1.1.2 भूमिगत समतल अक्ष वाला अनन्त बेलन या पाइप

यदि बेलन का अर्धव्यास, अक्ष की गहराई से बहुत कम हो तो पिण्ड को एक रेखा से निरूपित किया जा सकता है। यदि रेखा पिंड उच्चतम सतह $z=0$ और y अक्ष के समान्तर तथा सतह $z=0$ से दूरी d पर हो तथा शक्ति $\dot{q}$ की प्रति एकक लंबाई, उत्सर्जित करता हो तो किसी बिन्दु (x, y, z) पर ताप T निम्नलिखित समीकरण से निरूपित होता है

$$T(x,y,z)=\frac{-\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}+\text{स्थिरांक}$$

माध्यम अर्ध अनन्त है और इसकी उच्चतम सतह $z=0$ का ताप $T=0$ (कोई अन्य मान से फल में कोई अंतर नहीं होगा) है । यह सीमा प्रतिबंध एक अन्य रेखापिंड (जो y अक्ष के समानान्तर समतल $z=-d$ में स्थित हो तथा शक्ति $-\dot{q}$ प्रति एकक लम्बाई उत्सर्जित करता हो) की कल्पना के अनुकूल है । अतः वास्तविक एवं काल्पनिक रेखा पिंडों के कारण बिन्दु (x, y, z) पर ताप निम्नलिखित समीकरण द्वारा प्रतिपादित किया जा सकता है—

$$T(x, y, z)=\frac{\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\frac{\sqrt{(x^2+(z+d)^2)}}{\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}}$$



चित्र **2** : पृथ्वी की सतह से d गहराई पर बिन्दु स्रोत और उसके प्रतिबिम्ब का रेखाचित्र

यदि एक $a(\ll d)$ अर्धव्यास के सुचालक बेलन की सतह पर ताप T_R है, और बेलन का अक्ष सरल रेखीय है तो बेलन की सतह पर $\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}=a$ तथा $\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}=\sqrt{(x^2+d)^2)}\approx 2d$ क्योंकि सतह पर z की सीमायें $(d+a)$ से $(d-a)$ तक हैं । अतः

$$T_R=\frac{\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\frac{2d}{a} \tag{5A}$$

और

$$F=\frac{\dot{q}}{k_g T_R}=\frac{2\pi}{\ln(2d/a)} \tag{5B}$$

समीकरण (5B) द्वारा व्यक्त फलन F का रूप रखने पर समीकरण (**3**) के अनुरूप, $a=1$ रखने से हो जाता है जो उचित ही है क्योंकि $\ddot{q}$ शक्ति प्रति इकाई लंबाई है ।

2.1.1.3 भूमि के ऊपर स्थित चक्रिका तथा अनंत पत्रक (परिमित चौड़ाई) से ऊष्मान्तरण

क्लीसन तथा एफर्ट्रिग[5] ने रूप गुणांक के लिये निम्नलिखित फल प्राप्त किये हैं ।

अनन्त पत्रक $F=(4/\pi)$ विशिष्ट लम्बाई पट्टिका की चौड़ाई

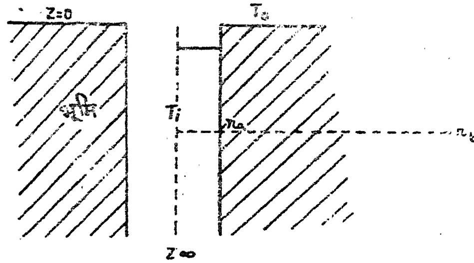
चक्रिका $F=(3\pi^2/4$ विशिष्ट लम्बाई चक्रिका का अर्धव्यास

2.1.14 पृथ्वी में अनन्त ऊर्ध्वाधर बेलनीय विवर

अपरिवर्तित अवस्था के संगत (चित्र 3) सीमा प्रतिबंध है ।

$$-k_h(\partial T/\partial r)_{\gamma=\gamma a}=h_i[T_i-T(r=a)];$$

$$-k_g\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z=0}=h_0[T_0-T(z=0)];-k_g\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=\gamma b},=0$$



चित्र 3 : ऊर्ध्वाधर पाइप निकाय

उपर्युक्त सीमा प्रतिबंधों के साथ समीकरण (2) का हल सोढा इत्यादि[12] ने श्रेणी के रूप में प्राप्त किया है । अंतिम सीमा प्रतिबंध में γb अनन्त होना चाहिये पर आंकिक समाधान की सुविधा लिये γ_b को परिमित माना गया है । T_0 सौर वायु ताप प्रदर्शित करता है और T_i विवर में वायु का ताप है । h_i तथा h_0 ऊष्मान्तर गुणांक हैं ।

2.1.2 कालिक ऊष्मान्तरण

कालिक परिवर्तन की अवस्था में माध्यम में ताप T तथा ऊष्मान्तरण $\dot{Q}$ को निम्नवत निरूपित किया जा सकता है—

$$\left.\begin{aligned} T&=T_1\exp(i\omega t)\\ \text{तथा}\quad \dot{Q}&=\dot{Q}_1\exp(i\omega t)\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

इस अवस्था में ऊष्मा संवहन (2) निम्नलिखित रूप धारणा कर लेता है—

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2T_1=\beta^2T_1&=(i\eta_1+k_1)^2.T_1\\ \eta_1=k_1&=(\omega/2\alpha)^{1/2}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

जिसका सरल ज्यामितियों में वैश्लेषिक हल संभव है ।

2.1.2.1 भूमिगत गोला

यदि एक बिन्दु स्रोत से ऊष्मा का उत्सर्जन समीकरण (6) द्वारा निरूपित हो तो ताप का वितरण

$$T(r, t)=\frac{\dot{Q}}{4\pi k_g} \cdot \frac{1}{\gamma} \exp \{i(\omega t-\beta\gamma)\}$$

जहाँ

$$T(r, t)\rightarrow 0 \text{ जब } \gamma\rightarrow\infty. \tag{8}$$

भूमि की सतह ($z=0$) पर ताप $T=0$ के सीमा प्रतिबंध को इस सतह से दूरी d पर स्थित $-\dot{Q}$ के एक बिम्ब ऊष्मा स्रोत की कल्पना से संतुष्ट किया जा सकता है। अतः ताप का वितरण निम्नलिखित समीकरण से निरूपित होगा—

$$T=\frac{\dot{Q}_1}{4\pi k_g}\left(\frac{e^{-\beta\gamma}}{\gamma}-\frac{e^{-\beta\gamma'}}{\gamma'}\right) \tag{8A}$$

जहाँ γ और γ' बिन्दु से गोलों के केन्द्रों की दूरियाँ हैं।

यदि सतह ($z=0$) का ताप शून्य न होकर $T_{s_1} \exp(i\omega t)$ हो तो ताप का वितरण

$$T=T_{s_1} \exp(i(\omega t-\beta z)+\frac{\dot{Q}}{4\pi k_g}\left(\frac{e^{-\beta\gamma}}{\gamma}-\frac{e^{-\beta\gamma'}}{\gamma'}\right) \tag{8B}$$

यदि बिन्दु स्रोत पर केन्द्र तथा त्रिज्या a का उच्च ऊष्मा चालकता का एक गोला गहराई d पर स्थित हो तो गोले की सतह ($\gamma=0$) पर ताप $T(a,t)$ निम्न समीकरण से व्यक्त किया जायेगा :

$$T(a, t)=T_{s1}.\exp\{i(\omega t-\beta z)\}+(\dot{Q}_1/4\pi k_g)\left\{\frac{e^{-\beta a}}{a}-\frac{e^{-2\beta d}}{2d}\right\} \tag{8C}$$

क्योंकि गोले की सतह पर $\gamma=a$, $z\approx d$ और $\gamma'=2d$.

2.1.2.2 भूमिगत समतल अक्ष वाला बेलन या पाइप

एक भूमिगत समतल अनन्त रेखा स्रोत जिससे $\dot{q}=\dot{q}_1 \exp(i\omega t)$ प्रति इकाई लम्बाई शक्ति उत्सर्जित होती है के कारण ताप वितरण, समीकरण (7) के हल से प्राप्त हो सकता है। अतः (3) बेलनीय निर्देशांकों में

$$T(r, t)=t\,\frac{q_1'}{2\pi k_g}\,N_0(\gamma') \exp\{i(\omega t+\phi_0(\gamma')\} \tag{9A}$$

जहाँ $\gamma'=r\sqrt{(\omega/a)}$ तथा और N_0 और ϕ_0 शून्य कोटि के केल्विन फलन के मापांक तथा कला हैं।

स्रोत को अक्ष मान कर, त्रिज्या r के बेलन की सतह से प्रति इकाई लम्बाई उत्सर्जित शक्ति है

$$-2\pi r k_g \frac{\Gamma}{\partial r}=\dot{q}_1'' F(r') \exp \{i[\omega t-G(r')]\}, \tag{9B}$$

यदि ऊपर बताई शक्ति $\gamma=R$ (पाइप की त्रिज्या) पर $\dot{q}_1 \exp (i\omega t)$ हो, तो समीकरण (9A) और (9B) का उपयोग कर

$$T(r, t)=\frac{\dot{q}_1}{2\pi k_g} \cdot \frac{N_0(r')}{F(R')} \exp \{i[\omega t+\varphi_0(r')+G(r')]\},$$

$$=(\dot{q}_1/2\pi k_g)A(r') \exp \{i[\omega t-B(R')]\} \tag{9C}$$

प्राप्त होता है ।

पाइप की सतह ($\gamma=R$) पर ताप होगा

$$T(R, t)=\frac{\dot{q}_1}{2\pi k_g} A(R') \exp \{i[\omega t-B(R')]\} \tag{9D}$$

भूमि की सतह (जो ताप $T_{01} \exp (i\omega t)$ पर है) का प्रभाव $-\dot{q}_1 \exp (i\omega t)$ के प्रति इकाई लम्बाई शक्ति के, ऊष्मा बिम्ब (जो सतह से d दूरी पर ऊपर है) से प्राप्त किया जा सकता है । बिम्ब स्रोत को अक्ष मान कर मूल बेलन की सतह के लिये $r''\approx 2d$। अतः बेलन की सतह पर ताप होगा

$$\begin{aligned} T_B(t)=&(\dot{q}_1/2\pi k_g)A(R') \exp \{i[\omega t-B(R')]\} \\ &-(\dot{q}_1/2\pi k_g)N_0(2d') \exp \{i(\omega t+\phi_0(2d')\} \\ &+T_{01} \exp i[\omega t-d']. \exp (-d') \end{aligned} \tag{10}$$

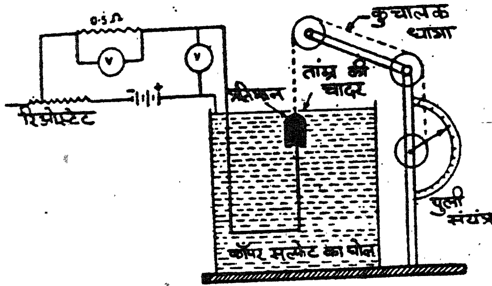
T_B तथा T_{01} के ज्ञान से $\dot{q}_1$ प्राप्त किया जा सकता है ।

2.2 अनुरूप विधि

2.2.1 विद्युत अनुरूप विधि

समीकरण (3B) का उपयोग कर रूप गुणांक F प्राप्त करने के लिये विद्युत अनुरूप प्रयोग किये जा सकते हैं । आगे सोढ़ा तथा सहयोगियों[13] के इस संदर्भ में हुए प्रयोगों की चर्चा की जायेगी । विद्युत अनुरूप प्रयोगों में भूमिगत पिंड का लघु पैमाने पर बने ताम्र प्रतिमान को बड़ी क्षमता वाले (500

लीटर) प्लास्टिक पात्र में रखे कापर सल्फेट के घोल में कुचालक धागे द्वारा लटकाया जाता है (चित्र 4)। प्रतिमान के आयाम इस प्रकार होने चाहिये कि घोल का वृहद आयतन अर्ध अनन्त माध्यम के समान माना जा सके। कापर सल्फेट घोल की सतह ताम्र की चादर के संपर्क में रहती है। उपयुक्त गरारी संयंत्र की सहायता से प्रतिमान की घोल में गहराई 1 m.m. की परिशुद्धता के साथ परिवर्तित की जा



चित्र 4 : विद्युत अनुरूप प्रयोग

सकती है। एक बैटरी द्वारा ताम्र को चादर तथा प्रतिमान के मध्य ज्ञात विभवांतर स्थापित किया जाता है तथा विद्युद धारा को परिपथ में लगे 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर विभवांतर आंकिक वोल्टमीटर द्वारा मापकर ज्ञात किया जाता है। इस प्रयोग में

(अ) कॉपर सल्फेट का घोल अर्ध अनन्त भूमि का अनुरूप है।

(ब) ताम्र की चादर, समताप भूमि की सतह का अनुरूप है।

(स) घोल में डूबा प्रतिमान, भूमिगत पिण्ड का अनुरूप है।

(द) घोल में विद्युद विभव वितरण भूमि में ताप वितरण का अनुरूप है।

(इ) परिपथ में विद्युत धारा, भूमि तथा पिण्ड में ऊष्मान्तरण के अनुरूप हैं।

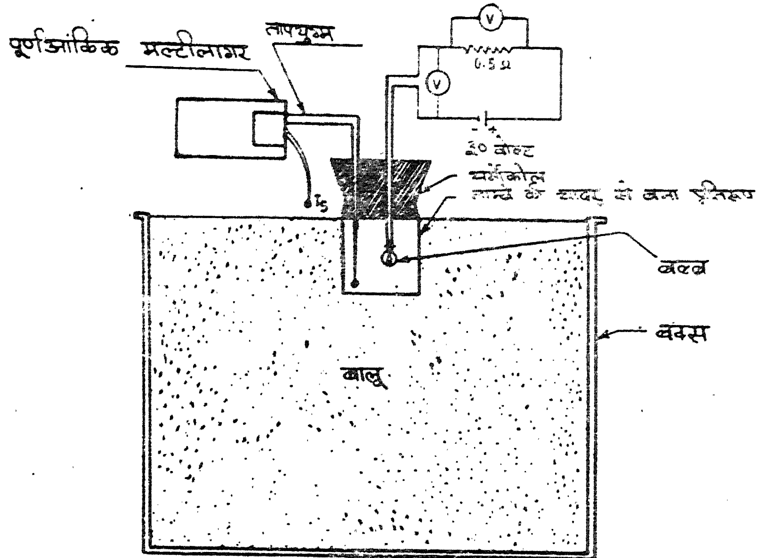
घोल की विद्युत चालकता, संवाहिता सेतु द्वारा मापी जा सकती है।

धारा, चालकता, विभवांतर और विशिष्ट लंबाई ज्ञात होने से रूप गुणांक समीकरण (3B) की सहायता से प्राप्त किया जा सकता है।

2.2.2 ऊष्मीय अनुरूप

इस संबंध में सोढ़ा तथा सहयोगियों[14] के प्रयोग का वर्णन उपयुक्त होगा। पिण्ड का लघु पैमाने पर बना ताम्र का प्रतिमान 1m×1m×1m बक्स में रक्खी रेत में रक्खा जाता है (चित्र 5)। प्रतिमान के आयाम इस प्रकार होने चाहिये कि रेत को अर्ध अनन्त माध्यम माना जा सके। पूर्ण या अधिक भूमि-

गत पिण्डों के अनुरूप प्रतिमान के अन्दर एक 12V, 30W का बल्ब, ऊष्मा उत्सर्जन के लिये रखा है। अंशतः भूमिगत पिण्डों के अनुरूप, प्रतिमान में रेत की सतह से समतल ताप अवरोधक रखे ज ताकि ऊष्मा का प्रवाह केवल रेत में हो। अल्प भूमिगत पिण्डों के अनुरूप चपटे हीटर प्रयुक्त जाते हैं और उनके ऊपर अवरोधक रख कर, ऊपर की ओर ऊष्मा प्रवाह नगण्य कर दिया जात हीटर तथा बल्ब, एक बैटरी से गर्म किये जाते हैं। बल्ब तथा हीटर पर विभवांतर V_m आंकिक मीटर द्वारा ज्ञात किया जाता है। विद्युद धारा I_m भी परिपथ में 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर अ



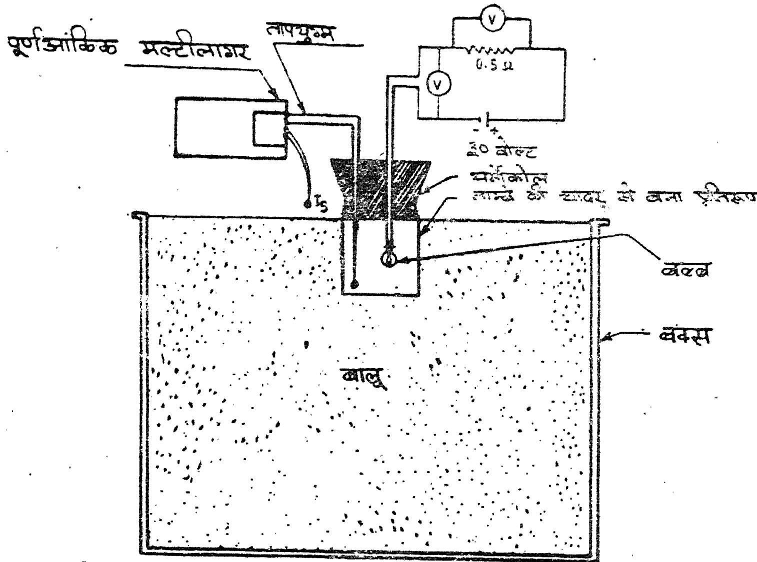
चित्र 5 : ऊष्मिक अनुरूप प्रयोग

वोल्ट मीटर द्वारा विभवांतर माप कर ज्ञात की जाती है। पिण्ड के भीतर तथा बालू की सतह (ल वायु का ताप) का तापांतर लोहे-कोंस्टेंट के तापांतर युग्म से मापा जाता है। प्रयोग आरंभ करने दस मिनट बाद दोनों ताप तब तक मापे जाते हैं, जब तक कि वे स्थायी न हो जाएँ। प्रयोग बनावट के बंद कमरे में किया जाता है ताकि अवस्थाएँ पर्याप्त रूप से अपरिवर्तित रहें।

रेत की ऊष्मीय चालकता, रेत में उपस्थित हवा तथा आर्द्रता पर निर्भर करती है, अतः छोटे कालांतरों पर मापन अति आवश्यक है। प्रतिमान से मिलते-जुलते आकार (तथा रूप यदि हो) के एक खोखले पिण्ड जिसका रूप गुणांक F ज्ञात है, से उपर्युक्त प्रयोग कर ऊष्मीय चालक मान समीकरण (3A) का उपयोग कर प्राप्त किया जा सकता है। ऊष्मीय चालकता के प्राप्त किये से तथा समीकरण (3A) के उपयोग से (प्रतिमान और मौलिक पिण्ड) का रूप गुणांक F प्राप्त कि सकता है।

इस विधि की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिये एक ही प्रतिमान के एक ही गहराई प

गत पिण्डों के अनुरूप प्रतिमान के अन्दर एक 12V, 30W का बल्ब, ऊष्मा उत्सर्जन के लिये रखा जाता है। अंशतः भूमिगत पिण्डों के अनुरूप, प्रतिमान में रेत की सतह से समतल ताप अवरोधक रखे जाते हैं ताकि ऊष्मा का प्रवाह केवल रेत में हो। अल्प भूमिगत पिण्डों के अनुरूप चपटे हीटर प्रयुक्त किये जाते हैं और उनके ऊपर अवरोधक रख कर, ऊपर की ओर ऊष्मा प्रवाह नगण्य कर दिया जाता है। हीटर तथा बल्ब, एक बैटरी से गर्म किये जाते हैं। बल्ब तथा हीटर पर विभवांतर V_m आंकिक वोल्ट मीटर द्वारा ज्ञात किया जाता है। विद्युद धारा I_m भी परिपथ में 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर आंकिक



चित्र 5 : ऊष्मिक अनुरूप प्रयोग

वोल्ट मीटर द्वारा विभवांतर माप कर ज्ञात की जाती है। पिण्ड के भीतर तथा बालू की सतह (लगभग वायु का ताप) का तापांतर लोहे-कोंस्टेंट के तापांतर युग्म से मापा जाता है। प्रयोग आरंभ करने के हर दस मिनट बाद दोनों ताप तब तक मापे जाते हैं, जब तक कि वे स्थायी न हो जाएँ। प्रयोग भारी बनावट के बंद कमरे में किया जाता है ताकि अवस्थाएँ पर्याप्त रूप से अपरिवर्तित रहें।

रेत की ऊष्मीय चालकता, रेत में उपस्थित हवा तथा आर्द्रता पर निर्भर करती है, अतः उसका छोटे कालांतरों पर मापन अति आवश्यक है। प्रतिमान से मिलते-जुलते आकार (तथा रूप यदि संभव हो) के एक खोखले पिण्ड जिसका रूप गुणांक F ज्ञात है, से उपर्युक्त प्रयोग कर ऊष्मीय चालकता का मान समीकरण (3A) का उपयोग कर प्राप्त किया जा सकता है। ऊष्मीय चालकता के प्राप्त किये मान से तथा समीकरण (3A) के उपयोग से (प्रतिमान और मौलिक पिण्ड) का रूप गुणांक F प्राप्त किया जा सकता है।

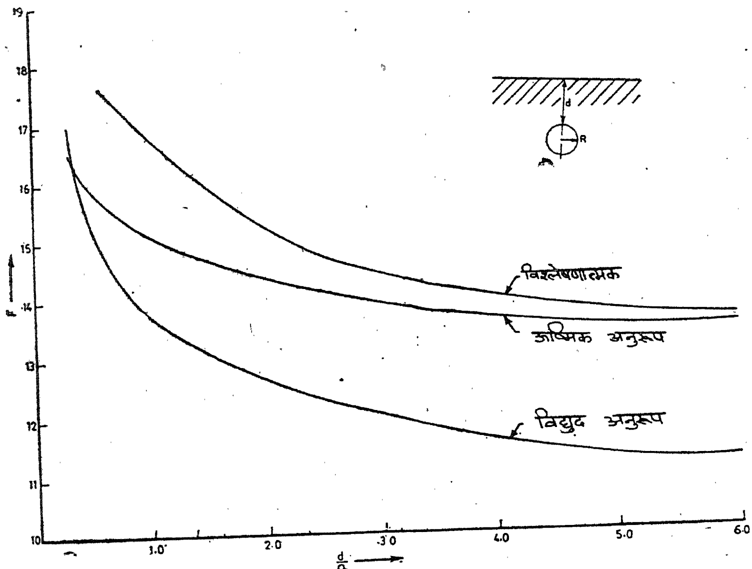
इस विधि की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिये एक ही प्रतिमान के एक ही गहराई पर रूप

गुणांक प्राप्त करने के लिये नौ बार प्रयोग किये गये। इन प्रयोगों के फलस्वरूप रूप गुणांक का मान 15.7±0.1 निकला। अतः यह विधि पर्याप्त विश्वसनीय है।

2.2.3 विद्युत तथा ऊष्मिक विधि की परिशुद्धता : गोले के रूप गुणांक के दोनों अनुरूप विधियों तथा विश्लेषण से प्राप्त मान की तुलना

3.7 cm. त्रिज्या के खोखले गोले पर दोनों अनुरूप विधियों से विभिन्न गहराइयों पर प्रयोग कर गोले के लिये F के d/a के साथ परिवर्तन का अध्ययन किया गया। इह प्रयोगात्मक अध्ययन तथा विश्लेषण से प्राप्त फल चित्र 6 में दर्शित हैं। उल्लेखनीय है कि विद्युत अनुरूप विधि से प्राप्त F का मान, विश्लेषण विधि से प्राप्त मान का लगभग 0.82 गुना होता है। इसका कारण अभी समझ में नहीं आ सका है (घोल की विद्युत चालकता बार-बार ज्ञात की गई थी)। ऊष्मिक अनुरूप विधि से प्राप्त F के मान, विश्लेषण विधि से प्राप्त मान के अति निकट हैं पर सदा कम हैं। इसका अंशतः कारण हीटर/बल्ब तथा तापान्तर युग्म को जोड़ने वाले तारों से ताप का संवहन हो सकता है।

दोनों विधियों से प्राप्त परिशुद्धता पर्याप्त है।



चित्र 6 : रूप गुणांक F का d/a के साथ परिवर्तन

2.3 आंकिक विश्लेषण से प्राप्त रूप गुणांक {क्लीसन तथा दुनांद [3]}

2.3.1 भूमि पर स्थित $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल का चौकोर पत्रक; विशिष्ट लंबाई L_1

L_1/L	1.0	1.5	2	3	5
F	7.69	6.56	6.06	5.56	5.17

2.3.2 अनन्त लंबाई, चौड़ाई $2L$ तथा भूमिगत गहराई H का ऊपर से खुला तहखाना; विशिष्ट लंबाई H

H/L	0.00	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8
F	2.47	2.38	2.35	2.30	2.20	2.11	2.00
H/L	1.0	1.5	1.8	2.0			
F	1.82	1.67	1.54	1.43			

2.3.3 अर्धव्यास R, भूमिगत गहराई H तथा ऊपर से खुला बेलनाकार तहखाना; विशिष्ट लम्बाई R

H/R	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
F	7.48	10.00	12.57	14.71	16.34	17.45
H/R	1.5	1.8	2.0			
F	19.95	20.94	21.82			

2.3.4 $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल तथा भूमिगत गहराई H का चौकोर तहखाना; विशिष्ट लंबाई L_1

$H/L=$ 0.4

L_1/L	1.0	5.0
F	15.0	17.0

2.3.5 $2L$ चौड़ाई, गहराई, H तथा अनन्त लंबाई की सुरंग, विशिष्ट लंबाई L

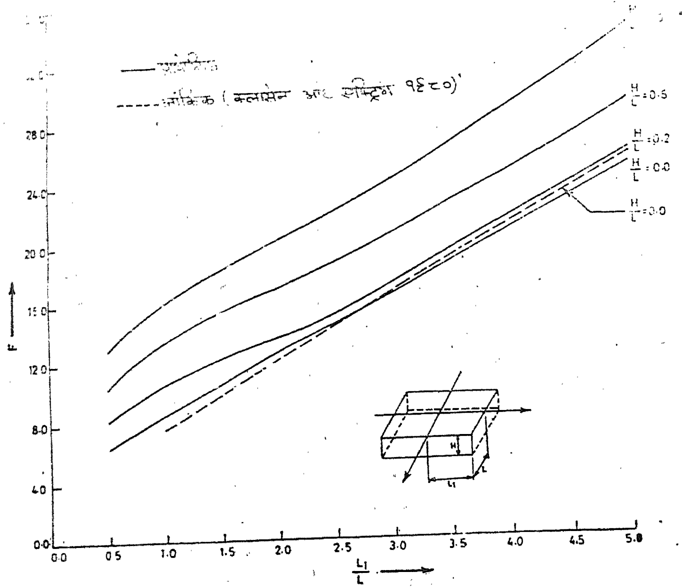
सुरंग के रूप गुणांक

H/L / D/L	1.0	2.0
0.2	4.00	2.93
0.5	4.17	3.13
1.2	4.62	3.34
2.0	4.70	3.64

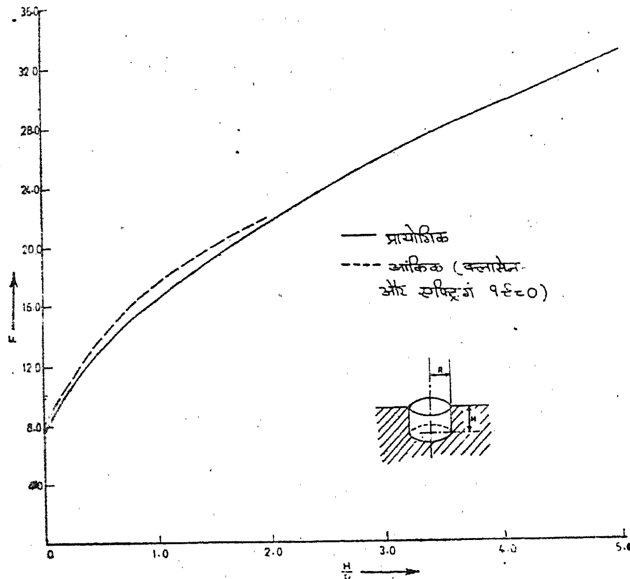
2.4 अनुरूप विधि से प्राप्त गुणांक [14]

2.4.1 $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल तथा भूमिगत गहराई H का चौकोर तहखाना; विशिष्ट लंबाई L

चित्र 7 में F का विभिन्न H/L मान के लिके L_1/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। चौकोर पत्रक के लिये आंकिक विश्लेषण से प्राप्त मान[5], अनुरूप विधि से प्राप्त मान के अत्यंत निकट है ($H/L=0$).



चित्र 7 : चौकोर तहखाना संरचना के लिए F का L_1/L तथा H/L के साथ परिवर्तन



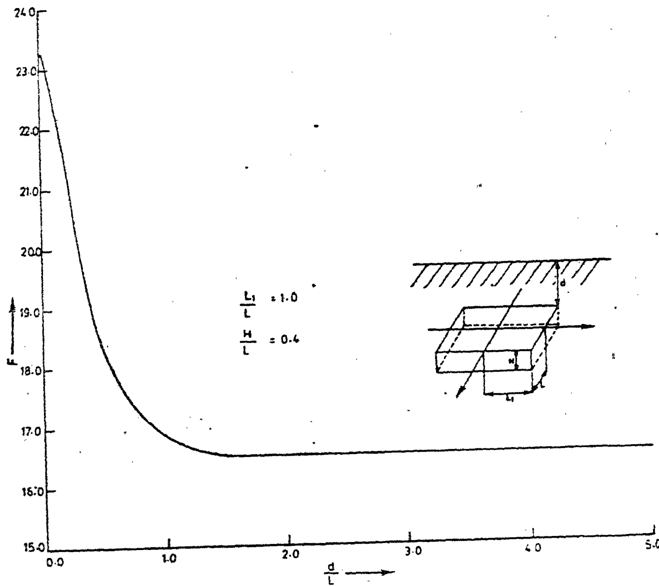
चित्र 8 : ऊर्ध्वाधर सिलिण्डरी संरचना के लिए F का H/R के साथ परिवर्तन

2.4.2 भूमिगत (ऊपर से खुली) बेलनाकार निकाय : विशिष्ट लंबाई अर्द्धव्यास R

चित्र 8 में F का H/R के साथ परिवर्तन दर्शित किया है। तुलना के लिये आंकिक गणना से प्राप्त F का परिवर्तन $0<H/R<2$ के लिये भी दिखाया गया है। दोनों से प्राप्त F का मान अत्यंत सन्निकट है।

2.4.3 भूमिगत चौकोर बक्स ($L_1/L=1.0$, $H/L=0.4$) : विशिष्ट लंबाई L

चित्र 9 में F का d/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। उल्लेखनीय है कि जब $d/L \gg 1.5$, $F \approx 16.5$.



चित्र 9 : भूमिगत चौकोर संरचना के लिए d/L के साथ F का परिवर्तन

2.4.4 भूमि पर स्थित अन्य भवन

भूमि पर स्थित भवनों की 5 डिजाइनों के लिये F, सोढ़ा आदि ने[14] ज्ञात किये जो लेह में भवन की डिजाइन में प्रयुक्त हुए।

उपसंहार

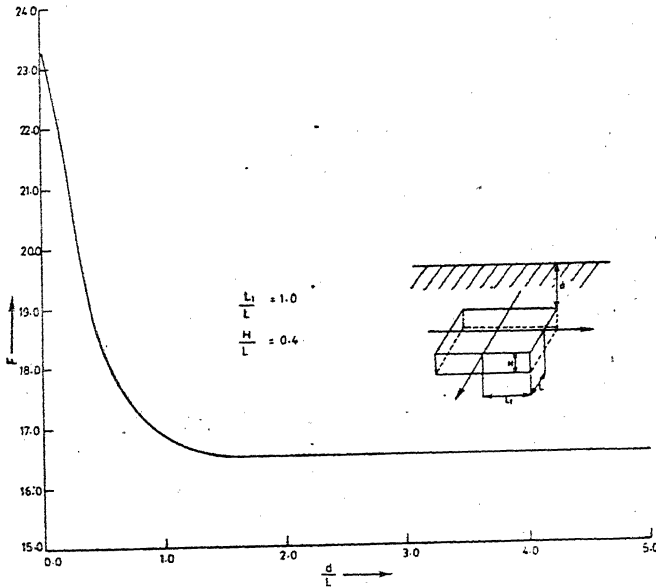
इस व्याख्यान में भूमिगत भवनों और भूमि के बीच ऊष्मान्तरण ज्ञात करने की विधियों का विवेचन किया गया और फल को सरलता से काम आने वाले रूप में रखा गया है।

2.4.2 भूमिगत (ऊपर से खुली) बेलनाकार निकाय : विशिष्ट लंबाई अर्द्धव्यास R

चित्र 8 में F का H/R के साथ परिवर्तन दर्शित किया है। तुलना के लिये आंकिक गणना से प्राप्त F का परिवर्तन $0<H/R<2$ के लिये भी दिखाया गया है। दोनों से प्राप्त F का मान अत्यंत सन्निकट है।

2.4.3 भूमिगत चौकोर बक्स ($L_1/L=1.0$, $H/L=0.4$) : विशिष्ट लंबाई L

चित्र 9 में F का d/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। उल्लेखनीय है कि जब $d/L \geqslant 1.5$, $F \approx 16.5$.



चित्र 9 : भूमिगत चौकोर संरचना के लिए d/L के साथ F का परिवर्तन

2.4.4 भूमि पर स्थित अन्य भवन

भूमि पर स्थित भवनों की 5 डिजाइनों के लिये F, सोढ़ा आदि ने[14] ज्ञात किये जो लेह में भवन की डिजाइन में प्रयुक्त हुए।

उपसंहार

इस व्याख्यान में भूमिगत भवनों और भूमि के बीच ऊष्मान्तरण ज्ञात करने की विधियों का विवेचन किया गया और फल को सरलता से काम आने वाले रूप में रखा गया है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक डॉ० रामेश्वर साहनी के चर्चा के लिये तथा प्रो० महेन्द्र वर्मा के भाषा सुधार के लिये कृतज्ञता-ज्ञापन करता है।

निर्देश

1. शेल्टन, जे०, Solar Energy 1975, **17**, 137-143.
2. असगर, ए० एच० (व्यक्तिगत सूचना 1988)
3. क्लैसन, जे० तथा डुनैंड, ए०, Swedish Council for Building Research Sweden Document Dl : 1983.
4. कार्सेला, एच० एस० तथा जीगर जे० सी०, "Conduction of Heat transfer in Solids" Clarendon Press, Oxford.
5. क्लेसन, जे० तथा एफर्टिंग, बी०, Swedish Council for Building Research, Document D33 : 1980.
6. बायलो, जी० जी० तथा लट्टा, जे० के०, Tech. Paper No. 292, Div. of Building Research, NRC, Canada. (1968).
7. मिटलस, जी० पी०, "Calculation of basement heat losses" AC-83-03, ASHRAE (1983).
8. शान, एल० एस० तथा रैमजे, जे० डब्लू०, "A simplified thermal analysis of earth sheltered buildings using a Fourier series boundary method" AC-83-09, ASHRAE (1983).
9. शिप, पी० एच०, Agricultural Meteorology, 1979, **2** (3), 197-203.
10. लेबेडेव, एन० एन०, शल्स्काया, आई० पी० तथा यफ्ल्याण्ड, वाई० एस०, "Problems of Mathematical Physics" Prentice Hall Inc. Engle Wood Cliffs N. J. (1965).
11. कार्सन, डी० आर० तथा लारैन, पी०, "Introduction to Electromagnetic Fields and Waves" W. H. Freeman and Co., Sanfransisco (1962).
12. सोढा, एम० एस०, गोयल, आई० सी०, घटक, ए० के० तथा अरुणकुमार, Proc. Indian Natn. Scie. Acad., 1980, **46** A, No. 2 161-175.
13. सोढा, एम० एस० साहनी, आर० एल०, सिंह, एस० पी० तथा जयशंकर, बी० सी०, Int. J. Energy Research, 1990, **14**, 245-248.
14. सोढा, एम० एस०, साहनी, आर० एल० तथा जयशंकर, बी० सी०, Int. J. Energy Research, 1990, **14**, 563-571.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

पश्चिमी राजस्थान के बाडमेर जिले के भूजल का जलरासायनिक अध्ययन

डी० डी० ओझा तथा पी० सी० जैन
भूजल विभाग, जोधपुर (राज०)

[प्राप्त—दिसम्बर 2, 1990]

सारांश

जल की पीने योग्य (मानव एवं पशु-पक्षी) एवं सिंचाई योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में जल-रासायनिक अध्ययन का महत्वपूर्ण योगदान है। प्राय: जल की किस्म उसमें विद्यमान विभिन्न रासायनिक अवयवों के सान्द्रण एवं आश्मिक लक्षणों पर निर्भर करती है। बाड़मेर जिले में विद्यमान सभी शैल-समूहों जैसे चतुष्क, तृतीयक, लाठी, जालौर-सिवाना, ग्रेनाइट एवं मालानी ज्वालामुखी शैल में जल उपस्थित है। लाठी बालुकाश्म, तृतीयक बालुकाश्म तथा मालानी ज्वालामुखी शैल में अलवण जल कोटरिकाएं हैं, परन्तु उनमें सोडियम क्लोराइड की अधिकता है, जबकि अन्य जलभृत अत्यधिक खनिज-कृत है अर्थात् उनमें कुल घुलनशील ठोस (TDS), क्लोराइड, सल्फेट, नाइट्रेट तथा फ्लोराइड का मान भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसंधान परिषद[1] तथा विश्व स्वास्थ्य संघटन[2] द्वारा निर्धारित परास-मान से अधिक हैं। जिले के पूर्वी एवं दक्षिण-पश्चिमी भाग में कम लवणीयता वाले जल क्षेत्रों में भी नाइट्रेट की मात्रा अधिक पायी गयी है। इस कारण इस क्षेत्र में पीने योग्य शुद्ध जल की समस्या उत्पन्न हो चुकी है।

Abstract

Hydrochemical studies of the quality of ground water of Barmer district of Western Rajasthan. *By* D. D. Ozha and P. C. Jain, Ground Water Department, Jodhpur (Raj.).

Hydrochemical studies are important in judging the suitability of water for drinking (human and livestocks) and irrigation purposes. Water quality largely depends on the concentration of various chemical constituents and lithological character of water bearing formations. In Barmer district water occurs in all the formations encountered such as quaternary, tertiary, lathis, Jalore-Siwana, granite

and malani-volcanics. Water from Lathi sandstone, tertiary sandstone and malani volcanics have fresh water pockets but they are sodium chloride type waters, whereas rest of the aquifers are highly mineralised having concentration of TDS, chloride, sulphate, nitrate and fluoride above the recommended limits of I. C. M. R.[1] and W. H. O.[2] In east and south-west part of the district, low salinity waters have been found to contain high nitrates, thus creating an acute shortage of potable ground water.

पश्चिमी राजस्थान का बाड़मेर जिला थार मरुस्थल का भाग होने के अतिरिक्त पर्यटन एवं रक्षा दृष्टि से भी अत्यधिक महत्वपूर्ण है। दो-तीन दशक पूर्व जल की लवणीयता एवं क्षारीयता की ओर ज्यादा ध्यान दिया जाता था, परन्तु अब यह निश्चित किया जा चुका है कि इनके अतिरिक्त नाइट्रेट एवं फ्लोराइड[3] के सान्द्रण का भी जल की पीने योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में महत्वपूर्ण भूमिका है। पश्चिमी राजस्थान के बाड़मेर जिलों में समस्यायुक्त पानी उपलब्ध होने के कारण भू जल विभाग द्वारा इस क्षेत्र का व्यापक भूजल सर्वेक्षण किया गया तथा पानी का जल-रासायनिक अध्ययन किया गया। इस अध्ययन में उसी के परिणाम प्रस्तुत किये गये हैं।

जिले की अवस्थिति, स्थलाकृति, जल निकास एवं जलवायु

क्षेत्रफल की दृष्टि से बाड़मेर जिला राजस्थान का दूसरा सबसे बड़ा जिला है। इसका क्षेत्रफल 29,387 वर्ग कि० मी० है। यह जिला 23° 3′ तथा 30° 10′ उत्तरी अक्षांश और 69° 29′ 24″ तथा 78° 17′ 28″ पूर्वी देशान्तर के मध्य स्थित है।

इस जिले का जलनिकास बहुत ही कम है। लूनी नदी एकमात्र अल्पेकालिक धारा के रूप में पश्चिम में बालोतरा की ओर बहती है और दक्षिण में तिलवाड़ा के समीप लुप्त हो जाती है। इस क्षेत्र में वर्षा अनियमित और कम होती है तथा ताप अत्यधिक उच्च एवं आर्द्रता कम है। क्षेत्र का वार्षिक वर्षा मान 285.7 मि० मी० है। इस जिले का पूर्वी भाग जलोढ़ मैदानी क्षेत्र है तथा इसमें कई जगह तरंगित रेत के टीबे एवं छोटी पहाड़ियाँ हैं।

प्रयोगात्मक

बाड़मेर जिले के भूमिगत जल का जलरासायनिक (hydrochemical) अध्ययन करने के लिए गम्भीर एवं भौम जल शैल समूहों के निरूपक कुओं से 536 जल नमूने एकत्रित किये गये। इन जल नमूनों का मानक विधियों[4] तथा आधुनिक यन्त्रों द्वारा पी-एच०, विद्युच्चालकता, सोडियम, पोटैशियम, कैल्सियम, मैग्नीशियम जैसे प्रमुख धनायनों एवं क्लोराइड, सल्फेट, कार्बोनेट, बाइकार्बोनेट, नाइट्रेट एवं फ्लोराइड ऋणायनों का मान ज्ञात किया गया। सिंचाई हेतु उपयुक्तता के लिए महत्वपूर्ण प्राचल जैसे कुल कठोरता, सोडियम प्रतिशतता तथा अवशोषित सोडियम कार्बोनेट मान भी ज्ञात किये गये।

and malani-volcanics. Water from Lathi sandstone, tertiary sandstone and malani volcanics have fresh water pockets but they are sodium chloride type waters, whereas, rest of the aquifers are highly mineralised having concentration of TDS, chloride, sulphate, nitrate and fluoride above the recommended limits of I. C. M. R.[1] and W. H. O.[2] In east and south-west part of the district, low salinity waters have been found to contain high nitrates, thus creating an acute shortage of potable ground water.

पश्चिमी राजस्थान का बाड़मेर जिला थार मरुस्थल का भाग होने के अतिरिक्त पर्यटन एवं रक्षा दृष्टि से भी अत्यधिक महत्वपूर्ण है। दो-तीन दशक पूर्व जल की लवणीयता एवं क्षारीयता की ओर ज्यादा ध्यान दिया जाता था, परन्तु अब यह निश्चित किया जा चुका है कि इनके अतिरिक्त नाइट्रेट एवं फ्लोराइड[3] के सान्द्रण का भी जल की पीने योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में महत्वपूर्ण भूमिका है। पश्चिमी राजस्थान के बाड़मेर जिलों में समस्यायुक्त पानी उपलब्ध होने के कारण भू जल विभाग द्वारा इस क्षेत्र का व्यापक भूजल सर्वेक्षण किया गया तथा पानी का जल-रासायनिक अध्ययन किया गया। इस अध्ययन में उसी के परिणाम प्रस्तुत किये गये हैं।

जिले की अवस्थिति, स्थलाकृति, जल निकास एवं जलवायु

क्षेत्रफल की दृष्टि से बाड़मेर जिला राजस्थान का दूसरा सबसे बड़ा जिला है। इसका क्षेत्रफल 29,387 वर्ग कि० मी० है। यह जिला 23° 3′ तथा 30° 10′ उत्तरी अक्षांश और 69° 29′ 24″ तथा 78° 17′ 28″ पूर्वी देशान्तर के मध्य स्थित है।

इस जिले का जलनिकास बहुत ही कम है। लूनी नदी एकमात्र अल्पेकालिक धारा के रूप में पश्चिम में बालोतरा की ओर बहती है और दक्षिण में तिलवाड़ा के समीप लुप्त हो जाती है। इस क्षेत्र में वर्षा अनियमित और कम होती है तथा ताप अत्यधिक उच्च एवं आर्द्रता कम है। क्षेत्र का वार्षिक वर्षा मान 285.7 मि० मी० है। इस जिले का पूर्वी भाग जलोढ़ मैदानी क्षेत्र है तथा इसमें कई जगह तरंगित रेत के टीबे एवं छोटी पहाड़ियाँ हैं।

प्रयोगात्मक

बाड़मेर जिले के भूमिगत जल का जलरासायनिक (hydrochemical) अध्ययन करने के लिए गम्भीर एवं भौम जल शैल समूहों के निरूपक कुओं से 536 जल नमूने एकत्रित किये गये। इन जल नमूनों का मानक विधियों[4] तथा आधुनिक यन्त्रों द्वारा पी-एच०, विद्युच्चालकता, सोडियम, पोटैशियम, कैल्सियम, मैग्नीशियम जैसे प्रमुख धनायनों एवं क्लोराइड, सल्फेट, कार्बोनेट, बाइकार्बोनेट, नाइट्रेट एवं फ्लोराइड ऋणायनों का मान ज्ञात किया गया। सिंचाई हेतु उपयुक्तता के लिए महत्वपूर्ण प्राचल जैसे कुल कठोरता, सोडियम प्रतिशतता तथा अवशोषित सोडियम कार्बोनेट मान भी ज्ञात किये गये।

परिणाम तथा विवेचना

पीने योग्य पानी के अनेक रासायनिक अवयवों के सान्द्रण स्थान की भिन्नता तथा शैल समूह की विविधता के कारण विभिन्न होते हैं। इनका अधिक मात्रा में सान्द्रण पानी को पीने के अयोग्य बना देता है। बाड़मेर जिले के भू-जल में कुल घुलनशील ठोस का विभिन्न परास में वितरण सारणी 1 में दिया गया है। इस सारणी के अध्ययन से विदित होता है कि 75 प्रतिशत से अधिक जल नमूने अधिकतम अनुमेय सीमा (1500 मिग्रा/लीटर) में आते हैं। इस क्षेत्र के उपभोक्ता कोई अन्य अच्छी किस्म का जल स्रोत न होने के कारण 3000 मिग्रा/लीटर कुल घुलनशील ठोस युक्त पानी पीते हैं।

सारणी 1 से ज्ञात होता है कि पंचायत समिति धोरीमन्ना, बालोतरा, सिणधरी तथा बायतू की अपेक्षाकृत पंचायत समिति शिव, चौहटन, बाड़मेर एवं सिवाना का भू जल कम खनिजीय है।

सारणी 1

कुल घुलनशील ठोस (TDS) का भूजल वितरण

क्रम सं०	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	कुल घुलनशील ठोस की परास (मिग्रा/लीटर)			
			0-500	500-1500	1500-3000	>3000
1.	बायतू	50	1	4	9	36
2.	बालोतरा	75	5	13	19	38
3.	बाड़मेर	79	1	14	27	37
4.	धोरीमन्ना	72	–	11	26	35
5.	चौहटन	68	–	12	42	14
6.	शिव	50	4	15	10	21
7.	सिणधरी	77	1	3	12	61
8.	सिवाना	65	6	31	18	40
	कुल	536	18	103	163	252
	प्रतिशत		3.53	19.18	30.35	47.10

इस क्षेत्र के अधिकतर भाग के जल में क्लोराइड का मान भी भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसंधान परिषद् द्वारा निर्धारित सीमाओं से अधिक है। अतः यह लवणीय स्वाद प्रदान करता है। मनुष्य में

क्लोराइड सहन करने की सीमा का सम्बन्ध जलवायु से होता है। जिले के भू-जल में क्लोराइड का विवरण सारणी 2 में दिया गया है। बाड़मेर जिले के सौलंकिया गाँव के भू जल में क्लोराइड का न्यूनतम मान 10 मिग्रा/लीटर तथा बीस्सू कल्ला क्षेत्र के कुएँ के पानी में अधिकतम मान 16862 मिग्रा/लीटर पाया गया। इस क्षेत्र के जल नमूनों के क्लोराइड मान एवं विद्युच्चालकता में अंकित किये गये रेखाचित्र से रैखिक सम्बन्ध ज्ञात होता है अर्थात् जल की विद्युच्चालकता बढ़ने से क्लोराइड का सान्द्रण भी बढ़ता है। क्लोराइड भूजल का प्रमुख ऋणायन है तथा इसका भौम जल में अधिक सान्द्रण भू जल का मन्द संचलन एवं जलभृत पदार्थ से लम्बा सम्बन्ध दर्शाता है।

सारणी 2

बाड़मेर जिले के भूजल में क्लोराइड की प्रतिशतता का वितरण

क्रम सं०	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	क्लोराइड की परास (मिग्रा/लीटर) 0-200	200-1000	>1000
1.	बायतू	50	2	10	38
2.	बालोतरा	75	11	26	38
3.	बाड़मेर	79	7	37	35
4.	चौहटन	68	1	49	18
5.	धोरीमन्ना	72	—	35	37
6.	शिव	50	9	19	22
7.	सिणधरी	77	1	14	62
8.	सिवाना	65	24	28	13
	कुल	536	55	218	263
	प्रतिशत		10.24	40.59	49.15

सारणी 2 के अध्ययन से विदित होता है कि 49 प्रतिशत जल नमूनों में जो कि जिले के अधिकांश भाग को प्रदर्शित करते हैं, क्लोराइड मान 1000 मिग्रा/लीटर से अधिक है, जो उन्हें पीने हेतु निषिद्ध बनाता है, जबकि चौहटन, शिव तथा सिवाना के कुछ भाग के भू जल में क्लोराइड की मात्रा कम होने से इस दृष्टि से यह जल पीने हेतु उपयुक्त है।

जल में उच्च नाइट्रेट सान्द्रण जठरांत्र की म्यूकस परत में उत्तेजना पैदा करता है जो दस्त तथ मूत्रल रोग के लक्षण होते हैं। मवेशियों में नाइट्रेट-विषाक्तता के घातक परिणाम देखे जा चुके हैं। यह

प्रेक्षित किया जा चुका है कि कई रासायनिक प्रक्रियाओं के फलस्वरूप पानी में नाइट्रेट नाइट्रोसो-ऐमीन बनाने में सहायक होता है जो बाद में N-नाइट्रोसो यौगिक में परिवर्तित हो जाते हैं और ये कैंसर के प्रत्यक्ष कारक होते हैं।

नाइट्रेट→नाइट्राइट→N-नाइट्रोसो यौगिक

महामारी की दृष्टि से पानी में नाइट्रेट के अधिक सान्द्रण तथा आमाशय कैंसर में सम्बन्ध स्थापित किया जा चुका है[5-7]। पर्यावरण में अनेक स्रोत से प्राकृतिक जल में नाइट्रेट की मात्रा बढ़ाते हैं—यथा वायुमण्डल भूगर्भ स्रोत, वायुमण्डलीय नाइट्रोजन यौगिकीकरण, मृदा आदि। भूजल में नाइट्रेट के, स्रोतों में चट्टानें, जीवाश्म ईंधन (कोयला, तेल, लकड़ी का जलना) तथा नाइट्रेट निक्षेप मुख्य हैं। मैग्मेटी चट्टानें, मृत्तिका पट्टी, बालुकाश्म तथा चूना पत्थर में ज्यादा नाइट्रेट की मात्रा होती है। बाड़मेर जिले के भूजल में नाइट्रेट के विभिन्न परासों का वितरण सारणी 3 में दर्शाया गया है। इसके अध्ययन से ज्ञात होता है कि जिले के सम्पूर्ण भाग के भूजल में नाइट्रेट की मात्रा अधिक है। प्रायः यह पाया गया है कि जैसे-जैसे भौमजल स्तर बढ़ता है, नाइट्रेट की मात्रा कम होती जाती है। अतः सतही जल में नाइट्रेट सान्द्रण अधिक पाया जाता है। इस क्षेत्र के जल नमूनों के विश्लेषण परिणामों के अनुसार प्रायः उच्च नाइट्रेट युक्त पानी में उच्च लवणीयता, कुल कठोरता तथा मैग्नीशियम के मान भी ज्यादा मात्रा में पाये गये।

सारणी 3

बाड़मेर जिले के भूजल में नाइट्रेट की प्रतिशतता का वितरण

क्रम संख्या	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	नाइट्रेट का परास (मिग्रा/लीटर)			
			0-20	20-50	50-100	>100
1.	बायतू	50	7	6	3	34
2.	बालोतरा	75	32	12	7	24
3.	बाड़मेर	79	3	5	14	57
4.	चौहटन	68	1	7	16	44
5.	धोरीमन्ना	72	2	1	6	63
6.	शिव	50	28	3	2	17
7.	सिणधरी	77	15	10	14	38
8.	सिवाना	65	26	14	9	16
	कुल	536	114	58	71	293
	प्रतिशत		21.27	10:82	13.25	55.66

पीने योग्य पानी की उपयुक्तता निर्धारण करने में फ्लोराइड भी आवश्यक कारक है। इसकी अल्प मात्रा दाँतों के निर्माण में सहायक होती है एवं अधिक मात्रा हानिकारक होती है। जिले की विभिन्न पंचायत समितियों से एकत्रित जल नमूनों में फ्लोराइड का वितरण सारणी 4 में दिया गया है।

बाड़मेर जिले में तृतीयक तथा चतुष्क अवसादी भूजल में फ्लौराइड के सम्भावित स्रोत हो हो सकते हैं। रासायनिक परिणामों के आधार पर फ्लोराइड एवं भूजल की लवणीयता में कोई विशेष सम्बन्ध नहीं पाया गया, परन्तु बाइकार्बोनेट जल में जहाँ सोडियम की प्रमुखता है, वहाँ फ्लोराइड का मान ज्यादा पाया गया। सामान्यतया बाड़मेर, चौहटन, सिणधरी एवं धोरीमन्ना क्षेत्रों के जल फ्लोराइड की समस्या से ग्रस्त हैं तथा इन क्षेत्रों में फ्लोरोसिस की बीमारी भी प्रेक्षित की गई है।

सारणी 4

क्रम संख्या	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	फ्लोराइड का परास (मिग्रा/लीटर) 0-1	1-2	2-4	>4
1.	बायतू	50	11	10	9	20
2.	बालोतरा	75	6	22	20	27
3.	बाड़मेर	79	14	19	10	36
4.	चौहटन	68	11	14	10	33
5.	धोरीमन्ना	72	8	17	18	29
6.	शिव	50	10	16	11	13
7.	सिणधरी	77	10	19	16	32
8.	सिवाना	65	25	20	7	13
	कुल	536	95	137	101	209
	प्रतिशत		17.72	25.56	18.84	37.87

बाड़मेर जिले का अधिकांश भाग लवणीयता की समस्या से ग्रस्त है परन्तु इसमें कोई विशेष लवणीयता उपनति नहीं देखी गई। अलवण से साधारण लवणीय जल जिले के उत्तरी, पूर्वी तथा दक्षिण-पश्चिमी भाग में उपलब्ध हैं। जिले के पूर्वी क्षेत्र में जल के प्रकार तथा भूजल संचलन में सम्बन्ध प्रेक्षित किया गया जहाँ बाइकार्बोनेट प्रकार का जल मिश्रित प्रकार में तथा अन्त में क्लोराइड प्रकार में बदल जाता है। इस कारण कुल घुलनशील ठोस की मात्रा में बढ़ोतरी हो जाती है।

सारणी 5

गभीर जलभृत में विभिन्न रासायनिक प्राचलों का विवरण

जलभृत	प्रत्येक जलभृत में जल नमूनों की संख्या	प्रतिशत	न्यूनतम-महत्तम/औसत					
			विद्युच चालकता माइक्रोसीमेन/सेमी०	क्लोराइड मिग्रा/लीटर	नाइट्रेट मिग्रा/लीटर	फ्लोराइड मिग्रा/लीटर	सल्फेट मिग्रा/लीटर	कठोरता $CaCO_3$ मिग्रा/लीटर
लाठी बालुकाश्म	14	10.37	1430-5330 / 310(14)	229-1440 / 703(14)	15-340 / 64.83(12)	1.0-2.80 / 1.716(12)	48-394 / 156(14)	199-536 / 358(14)
तृतीयक बालुकाश्म	64	47.41	690-8600 / 4004(64)	94-2670 / 1043(64)	0-200 / 11.93(55)	0-3.84 / 1.71(54)	2-600 / 228(64)	6-1658 / 447(64)
जलोढ़क (जीर्ण)	50	37.04	1020-46000 / 6490(50)	104-20000 / 1807(50)	0-500 / 138.7(46)	0-11.4 / 2.02(46)	24-3621 / 293(49)	25-600 / 442(49)
नव जलोढ़क	7	5.18	710-20700 / 8797(7)	344-7640 / 2645(7)	0-185 / 55(7)	1.60-19.20 / 6.06(7)	88-1120 / 508(7)	162-1990 / 639.7(7)

बाइकार्बोनेट तथा मिश्रित प्रकार के जल भौमजल के जलभृत में पुनः पूरण की सम्भावना दर्शाते हैं। बाड़मेर जिले के 70% से अधिक जल नमूनों में सोडियम क्लोराइड जैसे लक्षण हैं तथा इनमें भी 90% में सोडियम की प्रमुखता है। इसी प्रकार 47.11% कुओं के जल में कुल घुलनशील ठोस का मान 3000 मिग्रा/लीटर से अधिक है जो भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसन्धान परिषद द्वारा निर्धारित मानक से अधिक है तथा पीने हेतु अनुपयुक्त है[1]। नाइट्रेट तथा फ्लोराइड के अधिक मान होने से जिले के कम लवणीयता वाले जल भी अनुपयुक्त हो गए हैं। अतः नाइट्रेट और फ्लोराइड अपनयन के कम खर्चीले एवं सुगम तरीके अपनाना नितांत आवश्यक है। तभी शुद्ध पेय जल प्राप्त करने की समस्या का निदान होगा।

सिंचाई हेतु बाड़मेर जिले का 8000 माइक्रोसीमेन/सेमी विद्युच्चालकता मान का पानी बलुई मिट्टी में कम लवणसहिष्णु तथा लवण-सहिष्णु फसलों के लिए उपयुक्त है। क्षारीयता वाले क्षेत्र में चूर्ण जिप्सम के उपयोग की सिफारिश की जा सकती है।

जलभृत का रासायनिक किस्म से सम्बन्ध

समान्यताया भूजल में लवणों का सान्द्रण, मिट्टी के लवण अंश तथा भूजल शैल समूह पर निर्भर करता है जिनसे पानी का सम्बन्ध है। बाड़मेर जिले में, जल युक्त शैल समूह का खनिज अभि-लक्षण भूजल की रासायनिक किस्म को बहुत प्रभावित करता है। गभीर जलभृत में भूजल की रासाय-निक किस्म का विवरण सारणी 5 में दिया गया है। इसके अध्ययन से विदित होता है कि लाठी बालुकाश्म में रासायनिक गुणों में न्यूनतम भिन्नता है जबकि नव जलोढक में महत्तम भिन्नता। जीर्ण जलोढ़क का गभीर भू जल नव जलोढ़क की अपेक्षाकृत कम खनिजीकृत है। चतुष्क महाकल्पी शैल समूह में भूजल की उच्च लवणीयता का कारण उच्च वाष्पोत्सर्जन के कारण न्यूनतम अन्तःस्यंदन दर तथा भूजल का कम संचरण है। शैल समूह की अच्छी पारगम्यता तथा शीघ्र संचरण के कारण लाठी तथा तृतीयक बालुकाश्म के गभीर भू जल में कुल घुलनशील ठोस का मान कम है। अतः यह कहा जा सकता है कि जिले के उत्तर में लाठी जलभृत के गर्भीर संस्तर स्थिति में पीने योग्य जल की मात्रा है।

निर्देश

1. भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसन्धान परिषद, पीने योग्य जल सम्भरण हेतु मानक विशेष प्रतिवेदन, नई दिल्ली, 1975, 44.

2. विश्व स्वास्थ्य संघटन, अन्तर्राष्ट्रीय मानक, विश्व स्वस्थ्य संघटन प्रकाशन, 1971.

3. भंडारी, एल० एम०, पुरोहित, ए० डी०, जोधा, एच० आर० तथा गुप्ता, जे० सी०, **भारतीय कृषि अनुसन्धान पत्रिका**, 1971, **5**, 1-4.

4. जल तथा अपशिष्ट जल परीक्षण की मानक विधियाँ, अमेरिकन जन स्वास्थ्य संस्थान, वाशिंगटन डी० सी०, 1985, 16वाँ संस्करण।

5. हाक्सवर्थ, जी०, गिल, एम० जे०, गोरदिलो, जी० तथा स्यूलो, सी०, कैन्सर अनुसन्धान हेतु अन्तर्राष्ट्रीय पर्यावरण अनुसन्धान संस्था, वैज्ञानिक प्रकाशन, 1975, 9, फ्रान्स।

6. हेम, जे० डी०, यू० एस० भू गर्भ सर्वेक्षण द्वितीय संस्करण, 1970, 363, 1473.

7. हिल, एम० जे०, हाक्सवर्थ, जी० तथा टेटरसन, जी०, बैक्टीरिया नाइट्रोसोमीन तथा कैन्सर, ब्रिटिश कैन्सर पत्रिका, 1973, **28**, 562-567.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

हाइपरज्यामितीय फलन वाले नई श्रेणी के समाकल

गीता शर्मा तथा अर्जुन के० राठी

गणित विभाग, डूंगर स्वायत्तशासी महाविद्यालय, बीकानेर (राजस्थान)

[प्राप्त—अक्टूबर 27, 1990]

सारांश

लेवाई, ग्रोनडीन तथा राठी द्वारा हाल ही में दिये गये संकलन सूत्रों की सहायता से प्रस्तुत प्रपत्र में छः नये एवं रोचक हाइपरज्यामितीय फलन वाले समाकलों के मान ज्ञात किये गये हैं। कतिपय विशिष्ट दशाएँ भी व्युत्पन्न की गई हैं।

Abstract

Integrals of a new series of hypergeometrical series. By Geeta Sharma and Arjun K. Rathie, Department of Mathematics, Dungar Autonomous College, Bikaner (Raj.).

In this paper six new and interesting integrals of hypergeometric functions have been evaluated on the basis of summation formulae given by Levie, Gronedeen and Rathie recently. Some special conditions have also been derived.

1. भूमिका एवं ज्ञात परिणाम

लेवोई, ग्रोनडीन तथा राठी[2] के हाल ही के अपने रोचक प्रपत्र में ${}_3F_2(1)$ श्रेणी के लिए कई संकलन सूत्र दिये हैं जिनका वाटसन सूत्र से घनिष्ठ सम्बन्ध है। इस प्रपत्र का उद्देश्य हाइपरज्यामितीय फलन वाले समाकलों को गामा गुणन के रूप में संकलित करना है। जब कभी भी कोई समाकल गामा गुणन के रूप में प्राप्त होता है तो वह परिणाम अनुप्रयोग की दृष्टि से बहुत महत्वपूर्ण होता है। हाल ही में लेवोई[1] ने अपने रोचक प्रपत्र में संकलन सूत्र का अनुप्रयोग पर्णसमूह घनत्व समीकरण में किया है। प्रस्तुत प्रपत्र में प्राप्त किये गये समाकल सरल, रोचक एवं एक या एक से अधिक चरों वाले विशिष्ट फलनों के समाकल ज्ञात करने में उपयोगी हैं।

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित ज्ञात संकलन सूत्रों का प्रयोग किया गया है :

$$ {}_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho \\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta+2) & 2\rho+1 & \end{matrix} /1\right) = \frac{2^{\alpha+\beta-2}\,\Gamma(\rho+1/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\,\Gamma(1/2)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)} $$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (1.1)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>-4.$$

$${}_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho \\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta) & 2\rho-1 \end{matrix} \Big/ 1\right)=\frac{2^{\alpha+\beta-3}\,\Gamma(\rho-1/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(1/2)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1|2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (1.2)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$$

2. मुख्य परिणाम :

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित छः समाकलों का मान ज्ञात किया जावेगा जो नवीन प्रतीत होते हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho-1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\quad \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma\{\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\,(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.1)$$

जहाँ

$$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$$

a और b अनृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a$, $1+b$, $[1+ax+b(1-x)]$; $0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho-2}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho+1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\ \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{-2\rho+\alpha+\beta-1}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho-1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (1.1)$$

जहाँ

$Re(2\rho-\alpha-\beta)>-4.$

$${}_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho \\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta) & 2\rho-1 & \end{matrix}\,/1\right)=\frac{2^{\alpha+\beta-3}\,\Gamma(\rho-1/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(1/2)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1|2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (1.2)$$

जहाँ

$Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

2. मुख्य परिणाम :

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित छ: समाकलों का मान ज्ञात किया जावेगा जो नवीन प्रतीत होते हैं ।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho-1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\quad \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma\{\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\,(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.1)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

a और b अनृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a,\ 1+b,\ [1+ax+b(1-x)];\ 0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं ।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho-2}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho+1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\ \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{-2\rho+\alpha+\beta-1}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho-1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (2.2)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2$

a और b अनृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a,\ 1+b,\ [1+ax+b(1-x)];\ 0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं।

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho+1)\theta} (\sin\theta)^{\rho} (\cos\theta)^{\rho-1} \cdot {}_2F_1(\alpha, \beta; \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2); e^{i\theta}\cos\theta)\, d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi(\rho+1)/2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,\Gamma(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \tag{2.3}$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i\pi(2\rho-1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-2} (\cos\theta)^{\rho-1} \cdot {}_2F_1(\alpha, \beta, \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta); e^{i\theta}\cos\theta)\, d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi(\rho-1)/2}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \tag{2.4}$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho+1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-1} (\cos\theta)^{\rho} \cdot {}_2F_1(\alpha, \beta; \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2); e^{i(\theta-\pi/2)}\sin\theta)\, d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi\rho/2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \tag{2.5}$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho-1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-1} (\cos\theta)^{\rho-2} \cdot {}_2F_1(\alpha, \beta; \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta); e^{i(\theta-\pi/2)}\sin\theta)\, d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi\rho/2}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (2.6)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

3. उपपत्ति : (2.1) को सिद्ध करने के लिए वाम पक्ष को I द्वारा सूचित करते हैं, समाकलन तथा संकलन के क्रम को बदलते हैं जो अन्तराल $(0, 1)$ में श्रेणी के एकसमान अभिसरण की शर्तों के कारण वैध हैं। तत्पश्चात् समाकल का मान ज्ञात सूत्र की सहायता से ज्ञात करते हैं और तब श्रेणियों को जोड़ते हैं जिससे हमें

$$I=\frac{\Gamma(\rho)\ \Gamma(\rho+1)}{(1+a)^{\rho}\ (1+b)^{\rho+1}\ \Gamma(2\rho+1)}\cdot {}_3F_2\ (\alpha,\ \beta,\ \rho;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2),\ 2\rho+1;\ 1)$$

प्राप्त होता है।

अब दक्षिण पक्ष में उपर्युक्त ${}_3F_2$ को (1.1) की सहायता से श्रेणी के रूप में व्यक्त करते हैं तो थोड़े से सरलीकरण के बाद हमें वांछित परिणाम (2.1) की प्राप्ति होती है। इसी प्रकार अन्य परिणाम ज्ञात किये जा सकते हैं।

4. विशिष्ट दशाएँ :

कुछ रोचक विशिष्ट दशाएँ निम्नलिखित हैं :

1. (2.1) एवं (2.2) में $a=b$ रखने पर निम्न समाकल प्राप्त होते हैं जो कि नवीन प्रतीत होते हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho}\cdot {}_2F_1\ (\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\ x)\ dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\ \Gamma(\rho)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (4.1)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho-2}\cdot {}_2F_1\ (\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta;\ x)\ dx$$

$$=\frac{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\ \Gamma(\rho-1)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times \left\{ \frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)} + \frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\beta-1/2)} \right\} \tag{4.2}$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

2. हम (2.3) एवं (2.4) से निम्नलिखित समाकल को सीधे प्राप्त कर सकते हैं इसलिये ये यहाँ बिना उपपत्ति के दिये जा रहे हैं :

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2\rho+1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho}\,(\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\cos\pi(\rho+1)/2\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times \left\{ \frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)} - \frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)} \right\} \tag{4.3}$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2\rho+1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho}\,(\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\sin\pi(\rho+1)/2\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times \left\{ \frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)} - \frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)} \right\} \tag{4.4}$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2\rho-1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho-2}\,(\cos\theta)^{\rho-1}$$

$$.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\ e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\cos\pi(\rho-1)/2\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times \left\{ \frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)} + \frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)} \right\} \tag{4.5}$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2\rho-1)\theta\ (\sin\theta)^{\rho-2}\ (\cos\theta)^{\rho-1} \cdot {}_2F_1\ (\alpha, \beta; \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta); e^{i\theta} \cos\theta)\ d\theta$$

$$= \frac{\sin \pi(\rho-1)/2\ \Gamma(\rho-1)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times \left\{ \frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ .\ \Gamma(\rho-\beta/2-1/2)} + \frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)} \right\} \quad (4.6)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

इसी प्रकार से (2.6) एवं (2.6) के लिए भी विशिष्ट दशाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

निर्देश

1. लेवोई, जे० एल०, J. Australian Math. Soc. Ser. B, 1987, **29**, 216-220.
2. लेवोई, जे० एल०, ग्रोनडीन, एफ० तथा राठी, ए० के०, Mathematics of Computations में प्रकाशनार्थ प्रेषित, (1990).
3. मैकरॉबर्ट टी० एम०, Beta function formulae and integrals involving E-functions, Math. Annalaen, (1960-61)

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

मिश्रित रुद्धक पृष्ठ हेतु अभिकल्प का विकास

आई० आर० आर्य तथा एम० सी० हरित

केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान, नई दिल्ली

[प्राप्त—जनवरी 1, 1990]

सारांश

भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष द्वारा निर्दिष्ट मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्गीकृत रोड़ी तथा इस पृष्ठ की मोटाई एवं रोड़ी की अधिकतम मोटइ में 1/2 से 1/3 का अनुपात है। इस सिद्धान्त के अनुसार इस मिश्रण का टिकाऊपन इसके आन्तरिक स्थायित्व पर निर्भर करता है। इसलिए इस मिश्रण के लिये एक अभिकल्प का विकास करना आवश्यक है। यह अभिकल्प परिवहन मंत्रालय द्वारा निश्चित की गई बन्धक की मात्रा के बजाय रोड़ी के गुण और वर्गीकरण को ध्यान में रखते हुए बन्धक की इष्टतम मात्रा निश्चित करने में भी मदद करेगा। इस प्रपत्र में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये एक अभिकल्प का विकास किया गया है।

Abstract

Development of design for Mix Seal Surfacing. *By* I. R. Arya and M. C. Harit, Central Road Research Institute, New Delhi.

The recipe specification for Mix Seal Surfacing issued by Ministry of Surface Transport contains graded aggregates with ratio between compacted thickness of Mix Seal Surfacing and the maximum size of aggregate used within 1/2 to 1/3. Hence internal stability of the mix comes into play which should be considered as it may contribute towards the performance of the mix. This calls for the need of designing the mix which will also help in determining the optimum binder content corresponding to type and grading of aggregate instead of fixed quantity of binder as specified by M. O. S. T. This paper deals with the development of design procedure for Mix Seal Surfacing.

भारत में सड़कों के निर्माण की बहुत सी विधियाँ प्रचलित हैं परन्तु मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की कोई विशेष विधि विकसित नहीं हुई है। इसका निर्माण भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष के विनिर्देशानुसार इस पृष्ठ को संहत किया जाता है। इस पृष्ठ की अभिहित मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें प्रयुक्त डामरीयबन्धक से पूर्व मिश्रित उपयुक्त वर्गीकृत रोड़ी का समावेश होता है। इस पृष्ठ के निर्माण के लिये दो संकेतों (अ) तथा (आ) का प्रचलन है। परन्तु इन दोनों संकेतों में से संकेत (आ) का प्रचलन अधिक है। संकेत (आ) की वर्गीकृत सीमाएँ हैं :—

छलनी आमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत
12.5 मिलीमीटर	100
10 मिलीमीटर	70-100
4.75 मिलीमीटर	20-40
2.36 मिलीमीटर	5-20
7.5 माइक्रान	0-4

इस पृष्ठ के निर्माण के लिये रोड़ी तथा बन्धक की मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए 0.27 घनमीटर और 19 किलोग्राम निर्दिष्ट हैं।

इन विनिर्देशों से बने इस पृष्ठ के अवगुण इस प्रकार हैं।

(क) यदि सड़क निर्माण में संहत मोटाई वर्गीकृत उच्चतम आमाप की रोड़ी की दोगुनी हो तो उसका आन्तरिक स्थायित्व सार्थक होता है। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की अवस्था में संहत मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें 10 मिलीमीटर से 12.5 मिलीमीटर की रोड़ी का प्रयोग होता है। इसलिये आन्तरिक स्थायित्व के लिये इष्टतम बन्धक की मात्रा ज्ञात करने के लिए एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक माना गया। विकसित अभिकल्प द्वारा इष्टतम बन्धक की प्रतिशत मात्रा परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट मात्रा से भिन्न हो सकती है।

(ख) सड़क निर्माण में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्तमान विनिर्देशों में डामरीय मिश्रण के इष्टतम बन्धक में कोई परिवर्तन नहीं सुझाया गया है जबकि बन्धक की इष्टतम मात्रा रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ गठन जैसे अभिलक्षणों से अधिक प्रभावी होती है। जैसे कि निर्दिष्ट स्थूल वर्गीकृत रोड़ी में पृष्ठ का क्षेत्र कम होने के कारण बन्धक की इष्टतम मात्रा न्यून हो जायेगी एवं सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी में इसका विपरीत होगा क्योंकि उसमें पृष्ठ का क्षेत्रफल बढ़ जाता है। परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट किया हुआ डामरीय बन्धक स्थूल वर्गीकृत रोड़ी के लिये अधिक हो सकता है जिससे प्रयोग किया जाने वाला डामरीय मिश्रण अधिक खर्जीला हो जायेगा। दूसरी ओर सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी के लिये यही बन्धक की मात्रा न्यून हो जायेगी जिससे रोड़ी पर बन्धक की

भारत में सड़कों के निर्माण की बहुत सी विधियाँ प्रचलित हैं परन्तु मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की कोई विशेष विधि विकसित नहीं हुई है। इसका निर्माण भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष के विनिर्देशानुसार इस पृष्ठ को संहत किया जाता है। इस पृष्ठ की अभिहित मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें प्रयुक्त डामरीयबन्धक से पूर्व मिश्रित उपयुक्त वर्गीकृत रोड़ी का समावेश होता है। इस पृष्ठ के निर्माण के लिये दो संकेतों (अ) तथा (आ) का प्रचलन है। परन्तु इन दोनों संकेतों में से संकेत (आ) का प्रचलन अधिक है। संकेत (आ) की वर्गीकृत सीमाएँ हैं :—

छलनी आमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत
12.5 मिलीमीटर	100
10 मिलीमीटर	70-100
4.75 मिलीमीटर	20-40
2.36 मिलीमीटर	5-20
7.5 माइक्रान	0-4

इस पृष्ठ के निर्माण के लिये रोड़ी तथा बन्धक की मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए 0.27 घनमीटर और 19 किलोग्राम निर्दिष्ट हैं।

इन विनिर्देशों से बने इस पृष्ठ के अवगुण इस प्रकार हैं।

(क) यदि सड़क निर्माण में संहत मोटाई वर्गीकृत उच्चतम आमाप की रोड़ी की दोगुनी हो तो उसका आन्तरिक स्थायित्व सार्थक होता है। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की अवस्था में संहत मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें 10 मिलीमीटर से 12.5 मिलीमीटर की रोड़ी का प्रयोग होता है। इसलिये आन्तरिक स्थायित्व के लिये इष्टतम बन्धक की मात्रा ज्ञात करने के लिए एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक माना गया। विकसित अभिकल्प द्वारा इष्टतम बन्धक की प्रतिशत मात्रा परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट मात्रा से भिन्न हो सकती है।

(ख) सड़क निर्माण में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्तमान विनिर्देशों में डामरीय मिश्रण के इष्टतम बन्धक में कोई परिवर्तन नहीं सुझाया गया है जबकि बन्धक की इष्टतम मात्रा रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ गठन जैसे अभिलक्षणों से अधिक प्रभावी होती है। जैसे कि निर्दिष्ट स्थूल वर्गीकृत रोड़ी में पृष्ठ का क्षेत्र कम होने के कारण बन्धक की इष्टतम मात्रा न्यून हो जायेगी एवं सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी में इसका विपरीत होगा क्योंकि उसमें पृष्ठ का क्षेत्रफल बढ़ जाता है। परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट किया हुआ डामरीय बन्धक स्थूल वर्गीकृत रोड़ी के लिये अधिक हो सकता है जिससे प्रयोग किया जाने वाला डामरीय मिश्रण अधिक खर्जीला हो जायेगा। दूसरी ओर सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी के लिये यही बन्धक की मात्रा न्यून हो जायेगी जिससे रोड़ी पर बन्धक की

फिल्म अल्प हो जायेगी और उसका टिकाऊपन कम हो जायेगा। अधिक आपेक्षिक घनत्व की रोड़ी का घनत्व अधिक होता है इसलिये इस रोड़ी के डामरीय मिश्रण के लिये बन्धक की मात्रा भी न्यून ही होगी। इसी प्रकार विभिन्न आकार की रोड़ी का घनत्व भी भिन्न होगा जिसके लिये निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा सुसंगत नहीं होगी। रोड़ी में छिद्रों की विभिन्नता तथा पृष्ठ गठन के अभिलक्षणों से बन्धक की निर्दिष्ट मात्रा परिवर्तित हो जायेगी। उपर्युक्त को ध्यान में रखते हुए मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक हुआ। नई विधि को विकसित करते समय उपर्युक्त प्रचलों को ध्यान में रखते हुए बन्धक की इष्टतम मात्रा का मूल्यांकन करना होगा।

प्रत्यक्ष में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिए अभिकल्प मार्शल स्थायित्व परीक्षण ही चयनित है। परन्तु यह परीक्षण विधि स्थूल वर्गीकृत मिश्रण के 60° सेन्डीग्रेड पर स्थायित्व मूल्यांकन में नियोजित नहीं हो सकती। दूसरे मार्शल स्थायित्व ज्ञात करने के लिये निर्माण स्थल पर यन्त्र की प्राप्ति आसानी से न हो तथा तीसरे जिस प्रकार डामरीय कंक्रीट मिश्रण में बहाव, खनिज रोड़ी में रिक्तियों की मात्रा तथा बन्धक द्वारा रिक्तियों की पूर्ति का मूल्यांकन करना आवश्यक है, मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के अभिकल्प में नहीं। अतः एक संहत घनत्व और अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य जैसे दोनों अभिलक्षणों को ज्ञात करने के हेतु एक सरल अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण विधि विकसित करने की आवश्यकता हुई। इन परिणामों से मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये प्रयोग में लाये गये डामरीय मिश्रण में बन्धक की इष्टतम मात्रा की गणना करके प्रयोग में लाया जा सकता है।

प्रयोगात्मक

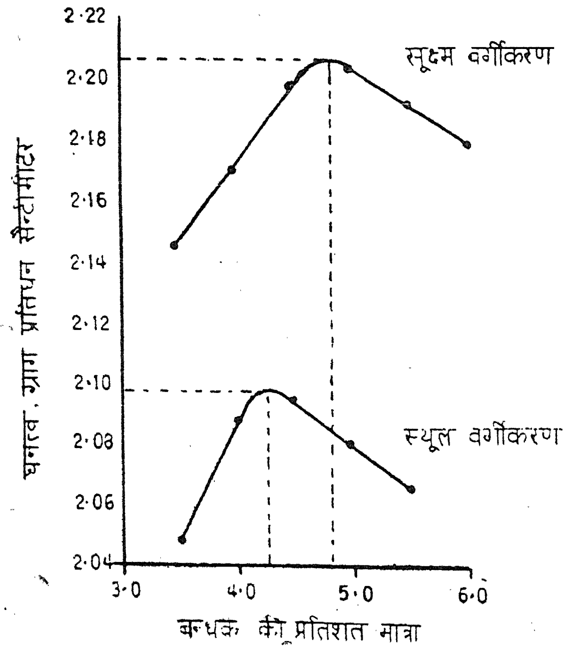
एकवर्गी डामरीय मिश्रण के अभिकल्प के लिये केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान ने मार्शल स्थायित्व परीक्षण विधि को अपनाने के लिये निर्देश दिये जिसमें मिश्रण का स्थायित्व 60° सेन्टीग्रेड के स्थान पर 40°सेन्टीग्रेड का परिवर्तन किया गया। परन्तु विकसित विधि को ग्रहण करने में परीक्षण ताप 25° सेन्टीग्रेड रखना निश्चित किया गया। यह उपयुक्त ताप, निर्माण स्थल प्रयोगशाला में सरलता से प्राप्त किया जा सकता है। मार्शल स्थायित्व परीक्षण तथा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में प्रतिरूप निर्माण में ताप 140-150° सेन्टीग्रेड रखा गया। अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण के लिये प्रतिरूप का विस्तार 10 सेन्टीमीटर व्यास तथा 10 सेन्टीमीटर ऊँचाई निश्चित की गई। इस सरलीकृत विधि में प्रयोगशाला में प्रतिरूप परीक्षण में संहत स्थैतिक रखा गया। इस प्रकार सर्वप्रथम मार्शल स्थायित्व परीक्षण में प्राप्त घनत्व के अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में प्राप्त करने के लिये समान स्थैतिक भार ज्ञात करना आवश्यक माना गया।

प्रयोगशाला में अध्ययन करते समय स्थूल तथा सूक्ष्म वर्गीकृत समुच्चयों का चयन किया गया जो इस प्रकार है (अगले पृष्ठ पर देखें)।

स्थूल एवं सूक्ष्म वर्गों से डामरीय मिश्रण के प्रतिरूपों का मार्शल स्थायित्व परीक्षण विधि से परीक्षण किया गया जिसमें बन्धक की मात्रा भिन्न-भिन्न रखी गई। यद्यपि प्रतिरूपों के बनाने में

छलनी अमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत	
	स्थूल वर्ग	सूक्ष्म वर्ग
12.5 मिलीमीटर	100	100
10 मिलीमीटर	70	100
8.75 मिलीमीटर	20	40
2.36 मिलीमीटर	5	20
75 माइक्रान	0	4

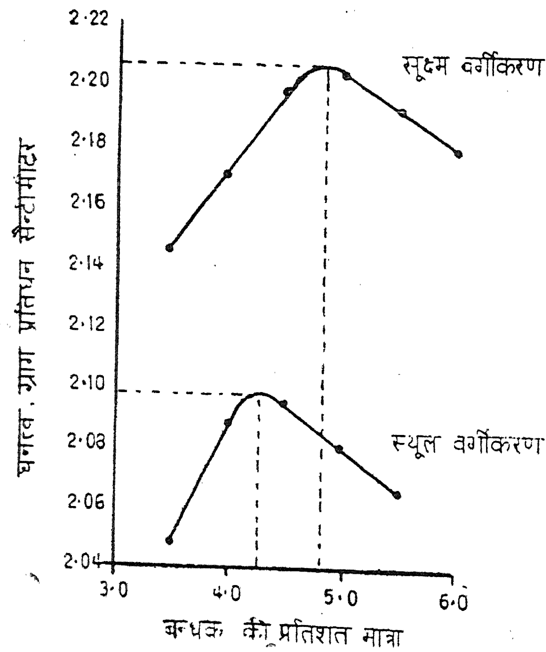
ताप 145-150° सेन्टीग्रेड रखा गया परन्तु मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40° सेन्टीग्रेड रखा गया। परि णामों को चित्र 1 तथा 2 में दर्शाया गया है। दोनों चित्रों से स्थूल वर्ग में उच्चतम घनत्व त स्थायित्व के लिए बन्धक की इष्टतम मात्रा 4.25 और 4.15 प्रतिशत तथा सूक्ष्म वर्ग में 4.80 अ 4.90 प्रतिशत एवं इनका घनत्व 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर है। परन्तु परिवह मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा से दोनों वर्गों का घनत्व क्रमानुसार 2.060 और 2.166 ग्र प्रति घनसेन्टीमीटर प्राप्त हुआ। स्पष्ट है कि संहत घनत्व मान बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग क



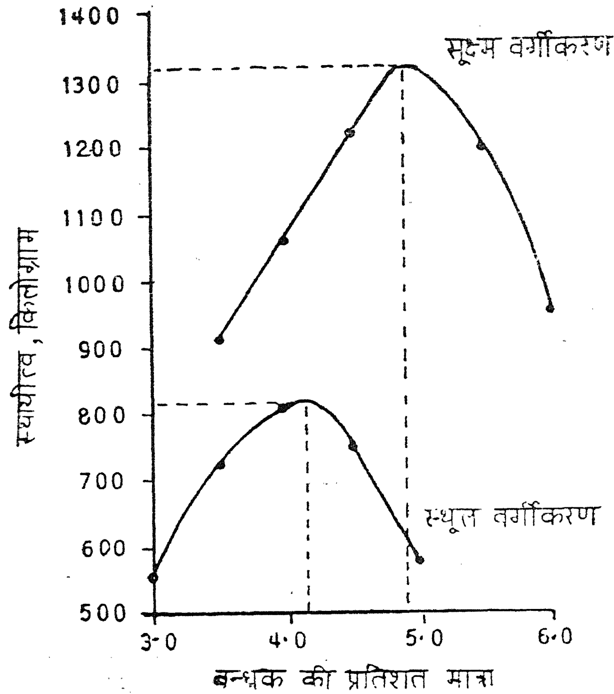
चित्र 1 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

छलनी अमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत	
	स्थूल वर्ग	सूक्ष्म वर्ग
12.5 मिलीमीटर	100	100
10 मिलीमीटर	70	100
8.75 मिलीमीटर	20	40
2.36 मिलीमीटर	5	20
75 माइक्रान	0	4

ताप 145-150° सेन्टीग्रेड रखा गया परन्तु मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40° सेन्टीग्रेड रखा गया। परिणामों को चित्र 1 तथा 2 में दर्शाया गया है। दोनों चित्रों से स्थूल वर्ग में उच्चतम घनत्व तथा स्थायित्व के लिए बन्धक की इष्टतम मात्रा 4.25 और 4.15 प्रतिशत तथा सूक्ष्म वर्ग में 4.80 और 4.90 प्रतिशत एवं इनका घनत्व 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर है। परन्तु परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा से दोनों वर्गों का घनत्व क्रमानुसार 2.060 और 2.166 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर प्राप्त हुआ। स्पष्ट है कि संहत घनत्व मान बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग करने



चित्र 1 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

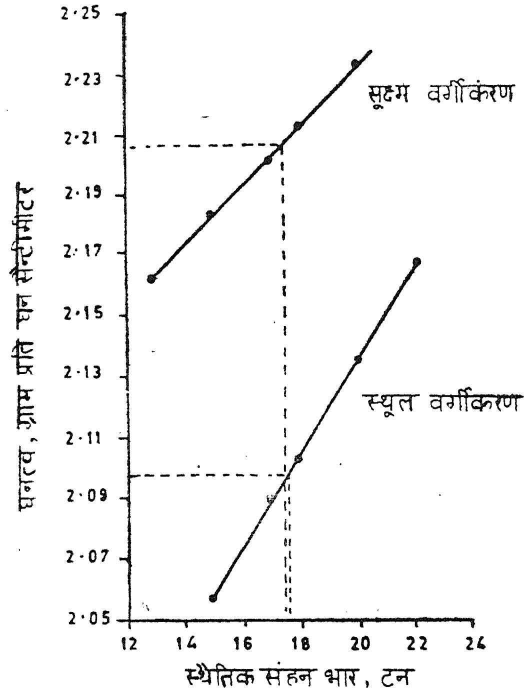


चित्र 2 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा स्थायित्व में सम्बन्ध

पर उन्नत है। बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग करने पर उच्चतम स्थायित्व दोनों वर्गों में 8.15 तथा 1320 किलोग्राम आता है जबकि निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा प्रयोग में लाने से केवल 675 तथा 1220 किलोग्राम आता हैं। इस प्रकार मिश्रण का स्थायित्व बन्धक की उपयुक्त मात्रा प्रयोग में लाने से उन्नत होता है।

उपर्युक्त परीक्षण में मानों को ध्यान में रखते हुए बन्धक की विभिन्न मात्राओं से दोनों वर्गों से स्थैतिक भार से परिबद्ध संपीडन परीक्षण के लिए प्रतिरूपों का निर्माण किया गया। परीक्षण मानों को चित्र 3 में प्रदर्शित किया। इस चित्र को देखने पर स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घन सेन्टीमीटर के घनत्व को औसत 17.5 टन स्थैतिक भार द्वारा प्राप्त किया जा सकता है।

उपर्युक्त औसत स्थैतिक 17.5 टन भार से बन्धक की विभिन्न मात्राओं पर अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण के लिए प्रतिरूपों का निर्माण किया गया। तत्पश्चात् इन प्रतिरूपों का घनत्व और परिबद्ध संपीडन सामर्थ्य चित्र 4 और 5 से प्राप्त किया। इनकी सहायता से उच्चतम अपरिबद्ध तथा घनत्व के लिए बन्धक की मात्रा स्थूल वर्ग में 4.2 और 4.1 प्रतिशत और सूक्ष्म वर्ग में 4.8 और 4.8

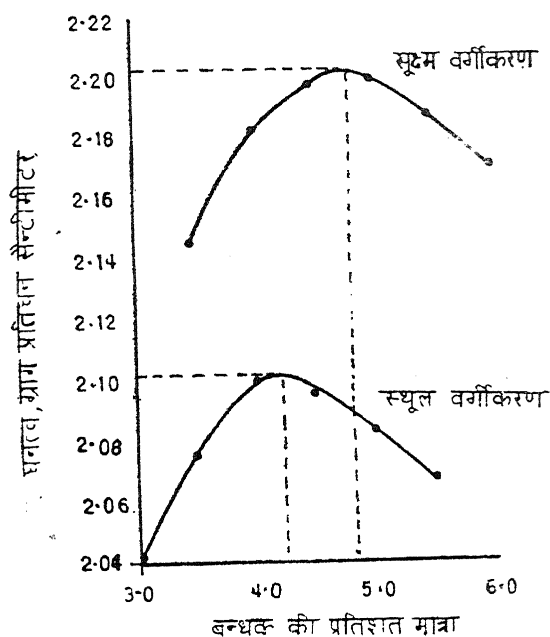


चित्र 3 : अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण प्रतिरूपों के लिए घनत्व तथा स्थैतिक सहन भार में सम्बन्ध

प्रतिशत प्राप्त होती है। बन्धक की ये मात्रायें पूर्ववर्णित मार्शल स्थायित्व परीक्षण से प्राप्त मात्राओं के समान ही हैं। इसी प्रकार इस परीक्षण में प्राप्त घनत्व की मात्रा भी पूर्व अनुसार ही है। स्पष्ट है कि इस सरल अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण से विश्वसनीय परीक्षण परिणाम प्राप्त करने सम्भव हैं। उच्चतम अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य के लिए बन्धक की मात्रा स्थूल वर्ग में 14.1 किलोग्राम तथा सूक्ष्म वर्ग में 19,3 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर आती है। परन्तु परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा को प्रयोग करके जो अपरिबद्ध संपीडत सामर्थ्य प्राप्त होती है वही सामर्थ्य दोनों वर्गों में 9.9 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर तथा 16.4 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर बन्धक की मात्रा की गणना होती है। इससे स्पष्ट है कि बन्धक की उपयुक्त मात्रा से मिश्रण की अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य दोनों वर्गों में उन्नत होती है।

विवेचना

परिवहन मंत्रालय के विनिर्देशों के अनुसार स्थूल वर्ग में रोड़ी की मात्रा 0.27 घनमीटर तथा बन्धक की मात्रा 19 किलोग्राम है। ये मात्राएँ 10 वर्गमीटर क्षेत्रफल के लिए निर्दिष्ट हैं। इसमें रोड़ी

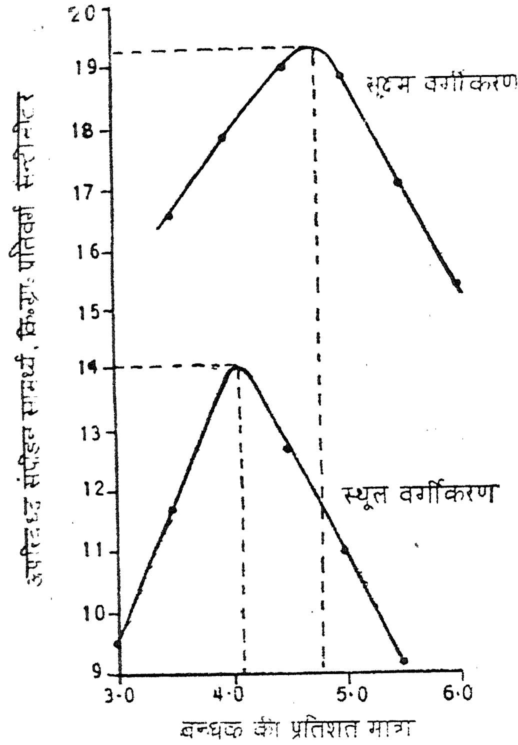


चित्र 4 : अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

का घनत्व 1517 किलोग्राम प्रति घनमीटर है। इस प्रकार रोड़ी को 0.27 घनमीटर आयतन का भार 410 किलोग्राम होता है तथा बन्धक की मात्रा 4.64 प्रतिशत आती है। इसी प्रकार सूक्ष्म वर्ग में 0.27 घनमीटर रोड़ी की मात्रा जिसका घनत्व 1622 किलोग्राम प्रति घनमीटर है; बन्धक की मात्रा 4.34 प्रतिशत आती है। उपर्युक्त विवेचन सारणी 1 में स्पष्ट रूप से प्रदर्शित है।

सारणी 1

	बन्धक की इष्टतम प्रतिशत मात्रा		बन्धक मात्रा, किलोग्राम प्रति 10 वर्ग मी० क्षेत्र	
वर्गीकृत रोड़ी संकेत	परिवहन मंत्रालय विनिर्देश	प्रयोगशाला अध्ययन	परिवहन मंत्रालय विनिर्देश	प्रयोगशाला अध्ययन
स्थूल वर्ग	4.64	4.15	19.0	17.0
सूक्ष्म वर्ग	4.34	4.80	19.0	21.0



चित्र 5 : बन्धक की मात्रा तथा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

यह सत्य है कि परिवहन मंत्रालय विनिर्देशानुसार यदि स्थूल तथा सूक्ष्म वर्गों में बन्धक की 19.0 किलोग्राम मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र से मिलाकर अधिक खर्चीला डामरीय मिश्रण प्राप्त होता तथा उसका टिकाऊपन भी हो जाता है। दोनों ब्राह्य वर्गीकृत रोड़ी में बन्धक की इष्टतम प्रतिशत मात्रा निश्चित बन्धक की मात्रा से ± 11 प्रतिशत होती है।

सारणी 2 से स्पष्ट है कि यदि रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व 2.6 हो जो कि न्यून हैं तो उसका घनत्व स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के लिए 1483 तथा 1585 किलोग्राम प्रति घनमीटर होगा और यदि इनमें निश्चित 19.0 किलोग्राम प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र में डामर प्रयोग किया जाए तो बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा क्रमानुसार 4.75 और 4.44 होगी। इसी प्रकार यदि रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व 2.9 हो जो कि अधिक है तो उसका घनत्व स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के लिए 1654 तथा 1768 किलोग्राम प्रति घनमीटर होगा और उपर्युक्त के अनुसार निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा प्रयोग करने पर बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा 4.26 तथा 3.98 होगी।

सारणी 2

रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व	रोड़ी का वर्गीकरण	घनत्व, ग्राम प्रति घन सेन्टीमीटर	बन्धक की विनिर्दिष्ट मात्रा, किग्रा० प्रति 10 वर्गमीटर	विनिर्दिष्ट बन्धक की प्रतिशत मात्रा
2.6	स्थूल	1483	19.0	4.75
2.6	सूक्ष्म	1585	19.0	4.44
2.9	स्थूल	1654	19.0	4.26
2.9	सूक्ष्म	1768	19.0	3.98

इससे स्पष्ट है कि बन्धक की निर्दिष्ट मात्रा से रोड़ी पर बन्धक की परत न्यून अथवा अधिक होगी। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ में प्रयोग की जाने वाली रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ-गठन जैसे अभिलक्षणों को ध्यान में रखकर इसके लिए डामरीय मिश्रण का अभिकल्प करना होगा। इसके लिए मार्शल स्थायित्व परीक्षण प्रयोग में लाया जा सकता है जबकि परीक्षण का ताप 60 सेन्टीग्रेड से 40 सेन्टीग्रेड करना होगा और बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा केवल दो प्राचलों—उच्चतम घनत्व तथा स्थायित्व—से प्राप्त करनी होगी।

प्रयोगशाला अध्ययन से स्पष्ट है कि मार्शल स्थायित्व परीक्षण की अपेक्षा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण सरल है तथा इससे परिणाम शीघ्र प्राप्त हो जाते हैं।

उपर्युक्त दोनों परीक्षणों से प्राप्त परिणाम सारणी 3 में दर्शाये गये हैं।

सारणी 3

रोड़ी का वर्गीकृत संकेत	उच्चतम घनत्व ग्राम प्रति घनसेंटीमीटर	
	मार्शल स्थायित्व परीक्षण	अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण
स्थूल वर्ग	2.097	2.102
सूक्ष्म वर्ग	2,206	2.203

उपर्युक्त परिणामों से स्पष्ट है कि दोनों परीक्षणों से घनत्व के परिणाम एकसमान हैं तथा इनसे सड़क निर्माण के समय संहट की स्थिति को निश्चित किया जा सकता है जिससे सड़क का टिकाऊपन अधिक हो जाएगा।

निष्कर्ष

(अ) भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट 19.0 किलोग्राम प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए बन्धक की मात्रा की अपेक्षा मिश्रित रुद्धक पृष्ट के लिए डामरीय मिश्रण के अभिकल्प द्वारा आवश्यक है।

(आ) बन्धक की उपयुक्त इष्टतम मात्रा से मिश्रित रुद्धक पृष्ठ का टिकाऊपन बढ़ जाता है तथा खर्च भी कम होगा।

(इ) बन्धक की इष्टतम मात्रा का मूल्यांकन करते समय रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ-गठन जैसे अभिलक्षणों को ध्यान में रखना अति आवश्यक है।

(ई) मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिए डामरीय मिश्रण का अभिकल्प मार्शल स्थायित्व परीक्षण अथवा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण से किया जा सकता है।

(उ) मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40 सेन्टीग्रेड ताप पर करना होगा जबकि अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण का ताप 25 सेन्टीग्रेड रखना होगा।

(ऊ) दोनों परीक्षणों के परिणाम एक समान हैं परन्तु अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण सरल है।

(ए) उच्चतम घनत्व के मान से सड़क निर्माण स्थल पर संहत की स्थिति को सुधारा जा सकता है।

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

संहत दूरीक समष्टि पर स्थिर बिन्दु प्रतिचित्रण

सुशील शर्मा

गणित विभाग, शासकीय स्नातकोत्तर महाविद्यालय, झाबुआ (म० प्र०)

तथा

रवि डावर

गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

[प्राप्त—फरवरी 2, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में संहत दूरीक समष्टि में फिशर तथा खान के परिणामों तथा यूल के अनुप्रयोग का उपयोग किया गया है।

Abstract

Fixed point mappings on compact metric spaces. *By* Susheel Sharma, Mathematics Department, Government P. G. College, Jhabua and Ravi Dawar, Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain (M. P.).

In this paper we extend the result of Fisher and Khan using application of Yuel. We prove the theorem for continuous composite function.

प्रस्तुत प्रपत्र के परिणामों की प्रेरणा का आधार फिशर[1] तथा खान[2] के शोध पत्र हैं। उन्होंने सिद्ध किया है कि संहत दूरीक समष्टि (X, d) के संतत प्रतिचित्रण T में एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है यदि T निम्नलिखित की तुष्टि करे

$$d(T_x, T_y) < \tfrac{1}{2}(d(x, T_y)+d(y, T_z))$$

अथवा

$$d(T_x, T_y) < (d(x, T_x)\, d(y, T_y))^{1/2}$$

X में समस्त x, y के लिए जिसमें $x \neq y$.

यूल[3] ने सिद्ध किया है संतत वंधित दूरीक समष्टि में संतत प्रतिचित्रण S और T में एक अद्वितीय उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु होता है यदि वे निम्नलिखित प्रतिबन्ध की तुष्टि करें।

$$[d(S_x, T^2_y)]^2 \leqslant \alpha \max [d(x, S_x)\, d(x, T^2_y),\, d(T_y, T^2_y)],$$

X में समस्त x, y के लिए जबकि

$$0 \leqslant \alpha < \tfrac{1}{2}$$

एवं यदि

$$ST = TS$$

इस प्रपत्र का उद्देश्य फिशर तथा खान के परिणामों को यूल के अनुप्रयोग के उपयोग सहित अधिक सामान्य स्थिति तक विस्तारित करना है। तत्सम्बद्ध परिणामों हेतु यूल[3], सिरिक[4] तथा रोड्स[5] देखें।

प्रमेय :

माना कि S एवं T किसी अरिक्त संहत दूरीक समष्टि (X, d) के प्रतिचित्रण हैं जिससे कि

(i) $d[(ST)^n{}_x, (ST)^n{}_y] < h[d(x, y), d(x, (ST)x), d(y, (ST)y), d(x, (ST)y),$

$d(y, ST)x))\, (d(x, y))^{-1}\, d(x, (ST)x)\, d(y, (ST)y).$

$a(x, y)\, d(x, (y, ST)y)\, d(y, ST)x),$

$b(x, y)\, (d(y, (ST)x)\, d(x, (ST)y))^{1/2})$

तुष्टि होती है $\bar{X} \neq y$ संहत X में समस्त x, y के लिए जहाँ $n = n(x, y)$ एक धन पूर्णांक है तथा $ST = TS$;

(ii) $a(x, y)$ तथा $b(x, y)$ अऋण वास्तविक फलन हैं;

(iii) $h(R^+)^8 \to PR^+ \equiv [0, \infty)$ प्रत्येक निर्देशी चर में अह्रासमान हैं तथा

$$g(t) = h(t, t, t, k_1 t, k_2 t, t, t) \leqslant t$$

प्रत्येक $t>0$ के लिए जहाँ $K_1+K_2 \leqslant 2$ तब ST का एक स्थिर बिन्दु होता है। यदि साथ ही $a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1}$ तथा $b(x, y) \leqslant 1$, तो ST एवं TS का एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है।

प्रमेय की उपपत्ति हेतु हमें निम्नलिखित प्रमेयिका की आवश्यकता होगी।

प्रमेयिका : यदि S और T दो संतत प्रतिचित्रण हैं तो संयुक्त प्रतिचित्रण ST अथवा TS भी संतत होते हैं।

प्रमेय की उपपत्ति :

X पर वास्तविक मान वाला फलन f निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा परिभाषित होता है :

$$f(x)=d(x, (ST)_x)$$

क्योंकि d तथा ST संतत फलन हैं। अर्थात् f, X पर संतत फलन है। चूँकि X संहत है अतः अपने न्यूनतम मान को प्राप्त हो लेता है। अतः X पर u एक ऐसा बिन्दु है कि

$$f(u)=\inf [f(x); x \in X]$$

यदि $u \neq (ST)u$ तो (i) से यह निष्कर्ष निकलता है कि

$$\begin{aligned} f[(ST)^n{}_u] &= d[(ST)^n{}_u, (ST)^n (ST)_u] \\ &\leqslant h[d(u, (ST)_u, d(u, (ST)_u), d((ST)_u, (ST)^2{}_u), d(u, (ST)^2)_u), \\ &\quad d((ST)_u, (ST)_u), (d(u, (ST)_u))^{-1} d(u, (ST)_u) d((ST)_u, (ST)^2{}_u), \\ &\quad 0, b(u, (ST)_u) (d((ST)_u, (ST)_u d(u, (ST)^2{}_u))^{1/2}] \\ &\leqslant h[d((ST)_u, (ST)^2{}_u) d((ST)_u, (ST)^2{}_u), d((ST)_u, (ST)^2{}_u), \\ &\qquad 2d((ST)_u, (ST)^2{}_u), 0, d((ST)_u, (ST)^2{}_u), 0, 0] \\ &\leqslant g\, d((ST)_u, (ST)^2{}_u) \leqslant d((ST)_u, (ST)^2{}_u)=f((ST)_u) \end{aligned}$$

इसी प्रकार

$$f[(ST)^n{}_u] < f[(ST)_u]$$

जो कि विरोध है। यह विरोध सिद्ध करता है कि

$$(ST)_u=u$$

इसी तरह $(TS)_u=u$ क्योंकि $ST=TS$

यह सिद्ध करने के लिए कि u अद्वितीय है

$$a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1} \text{ एवं } b(x, y) \leqslant 1 \text{ के लिए ।}$$

माना कि $v(\neq u)$, ST का एक स्थिर बिन्दु है । तब

$$\begin{aligned} d(u, v) &= d((ST)_u^n, (ST)_v^n) \\ &< h(d(u, v)\, d(u, u), d(v, v), d(u, v), d(v, u), 0, \\ &\quad d(u, v)\, d(u, v)) \leqslant g(d(u, v)) \leqslant d(u, v) \end{aligned}$$

क्योंकि कुछ $n=n(u, v)$, किन्तु यह असम्भव है क्योंकि

$$(ST)_u = u = (ST)_u^n$$

एवं

$$(ST)_v = v = (ST)_v^n$$

इसी प्रकार

$$(TS)u = u = (TS)_u^n$$

एवं

$$(TS)v = v = (TS)_v^n$$

क्योंकि

$$ST = TS$$

अन्ततः उपपत्ति पूर्ण हुई ।

उपप्रमेय

माना कि S तथा T अरिक्त संहत दूरीक समष्टि (X, d) के संतत प्रतिचित्रण हैं जिससे निम्नलिखित की तुष्टि होती है ।

$$\begin{aligned} d((ST)_x^n, (ST)_y^n) < \max\,[&d(x, y), \tfrac{1}{2}(d(x, (ST)_y + d(y, (ST)_y)), \\ &\tfrac{1}{2}(d(x, (ST)_y) + d(y, (ST)_x)), \\ &(d(x. x))^{-1}\, d(x, (ST)_x)\, d(y, (ST)_y), \\ &a(x, y)\, d(x, (ST)_y)\, d(y, (ST)_x), (d(x, (ST)_x)\, d(y, (ST)_y))^{1/2} \\ &b(x, y)\, (d(y, (ST)_x)\, d(x, (ST)_y))^{1/2}] \end{aligned}$$

X में समस्त $x \neq y$ वाले समस्त x, y के लिए जहाँ $n=n(x, y)$ एक धन पूर्णांक है तथा $a(x, y)$, $b(x, y)$ अनृण वास्तविक फलन है तब ST का स्थिर बिन्दु होता है । यदि साथ ही $a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1}$ तथा $b(x, y) \leqslant 1$ एवं $ST=TS$, तो ST एवं TS का एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है ।

टिप्पणी : इस प्रमेय को 2-दूरीक समष्टि हेतु भी सिद्ध किया जा सकता है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

प्रस्तुत प्रपत्र की तैयारी में डॉ० एस० पी० सिंह (मेमोरियल विश्वविद्यालय कनाडा) ने जो मार्ग दर्शन किया उसके लिये लेखकद्वय कृतज्ञ हैं।

निर्देश

1. फिशर, बी०, Publ. Inst. Math., 1978, **25**, 193-194.
2. खान, एम० एस०, Math. Japonica, 1978, **23**, 201-204.
3. यूल, ए० के०, Ph.D. Thesis, 1981, Ch. IV
4. सिरिक, एल० जे०, Publ. Inst. Math., 1976, **20**(34), 73-77.
5. येह, सी० सी०, Publ. Inst. Math., 1978, **24**, 197-199.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

व्युत्पन्न फूरियर श्रेणी की (Z^p, λ_m) संकलनीयता

देवेश कुमार वर्मा
शासकीय शिक्षा महाविद्यालय बिलासपुर (म० प्र०)

[प्राप्त—फरवरी 11, 1990]

सारांश

प्रस्तुत शोधपत्र में लेखक ने व्युत्पन्न फूरियर श्रेणी की (Z^p, λ_m) विधि द्वारा संकलनीयता का अध्ययन किया है ।

Abstract

On the (Z^p, λ_m) summability of derived Fourier series. *By* Devesh Kumar Verma, Government College of Education, Bilaspur (M. P.).

In the present paper the author studied the (Z^p, λ_m) summability of derived Fourier series. The result generalizes the theorem of Verma[2].

1. माना $f(x) \in L\ (0, 2\pi)$ और इस परास के बाहर 2π आवर्त के साथ आवर्ती है । माना कि इस फलन से सम्बद्ध फूरियर श्रेणी निम्नवत् है—

$$\frac{1}{2}\, a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x) \tag{1.1}$$

तो (1.1) की अवकलित फूरियर श्रेणी

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(b_n \cos nx - a_n \sin nx) = \sum_{n=1}^{\infty} n\ \beta_n(x) \tag{1.2}$$

होगी और सदैव की भाँति हम लिखेंगे

$$\psi(t) = f(x+t) - f(x-t) \tag{1.3}$$

$$s_n = \sum_{r=1}^{n} \gamma\, B_r(x) \tag{1.4}$$

$$g(t) = \frac{\psi(t)}{4 \sin \frac{1}{2}t} - c \tag{1.5}$$

जहाँ c फलन है x का।

माना कि $\Sigma\, a_m$ एक दी हुई अनंत श्रेणी है।

जहाँ

$$s_n = \sum_{m=0}^{n} a_m$$

तब श्रेणी $\Sigma\, a_m$ को (Z^p, λ_m) विधि से संकलनीय कहेंगे यदि

$$\sigma_n = \lim_{n \to \infty} \Sigma\, a_{n,\, k}\, s_k \tag{1.6}$$

एक निश्चित सीमा s की ओर अग्रसर होता हो जहाँ $a_{n,\, k}$ निम्नवत् दिया गया है—

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{Z^p + \lambda_k}{1 + \lambda_k} = \Sigma\; a_{n,\, k}\, Z^k \tag{1.7}$$

$$n = mp \;(p \text{ सांत है})$$

जब $p=1$ तो (Z^p, λ_m) विधि जेकिमावस्की[1] की $[F, d_n]$ विधि में परिवर्तित हो जाती है।

2. वर्मा[2] ने $[F, d_n]$ संकलनीयता पर निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है—

प्रमेय V : यदि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला हो और $g(t) \to 0$ ज्यों-ज्यों $t \to 0$ और किसी भी $0 < \eta < \pi$ के लिये (η, π) में परम संतत हो तो श्रेणी (1.2) $[F, d_n]$ संकलनीय है। प्रस्तुत शोधपत्र में निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया जावेगा—

प्रमेय : यदि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला हो और $g(t) \to 0$ ज्यों-ज्यों $t \to 0$ और किसी भी $0 < \eta < \pi$ के लिए (η, π) में परम संतत हो तो श्रेणी (1.2) (Z^p, λ_m) संकलनीय होगी।

3. प्रमेय की उपपत्ति

$$S_n(x) = \frac{-1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\psi(t)\; d(\sin(n+1/2)t)\; dt}{\sin t/2} \tag{3.1}$$

अतः (1.5), (1.6) तथा (3.1) से

$$\sigma_n=\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\int_0^{\pi} a_{n,\,k}\, g(t) \sin(k+\tfrac{1}{2}) \operatorname{cosec} t/2\, dt\right]$$

$$\frac{-2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\int_0^{\pi} a_{n,\,k}\, g(t)\, (k+\tfrac{1}{2}) \cos(k+\tfrac{1}{2})t\, dt\right]$$

$$\frac{-1}{\pi}\left|\int_0^{\pi} a_{n,\,k}\, g(t) \sin(k+\tfrac{1}{2})t \tan t/4\, dt\right|$$

$$=\sigma_{n,\,1}-\sigma_{n,\,2}-\sigma_{n,\,3}. \tag{3.2}$$

अब परिकल्पना से तथा अभिसरण की जोर्डन परीक्षा का भी प्रयोग करने पर[3]

$$\sigma_{n,\,1}\to 0 \text{ ज्यों-ज्यों } n\to\infty. \tag{3.3}$$

खण्डशः समाकलित करने पर

$$\sigma_{n,\,2}=-\frac{2}{\pi}\, g(\pi)\sum_{k=0}^{n} a_{1,\,k} \sin(k+\tfrac{1}{2})\pi$$

$$+\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\sum_{k=0}^{\infty} a_{n,\,k} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\, dg(t)$$

$$=0(1)+\sum_{k=0}^{n} a_{n,\,k}\, I_k \tag{3.4}$$

अब हम सिद्ध करेंगे कि

$$\sum_{k=0}^{n} a_{n,\,k}\, I_k=0(1) \text{ ज्यों-ज्यों } n\to\infty.$$

चूँकि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला है अतः $(0, \pi)$ में सदैव ही δ को प्राप्त कर सकते हैं जो इसके पूर्व चुने गये $\epsilon>0$ पर निर्भर करेगा जिससे कि

$$\int_0^{\delta} |d\, g(t)|<\epsilon \tag{3.5}$$

अतः यदि हम लिखें

$$I_k=\left(\int_0^{\delta}+\int_{\delta}^{\pi}\right) \sin(k+\tfrac{1}{2})t\, d\, g(t)$$

$$=I_{k,\,1}+I_{k,\,2} \text{ माना} \tag{3.6}$$

अब $|\sin(k+\frac{1}{2})t| \leqslant 1$ तथा (3.5) का उपयोग करने पर

$$\left| \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_{k,1} \right| \leqslant \sum_{k=0}^{n} |a_{n,k}| \int_0^{\delta} |d\, g(t)| \tag{3.7}$$

अब यह ध्यान में रखते हुए कि $g(t)$ (δ, π) में परिवद्ध विचरण का है, तो

$$\int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; dg(t) = \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)dt$$

दिए हुए $\epsilon > 0$ के लिए हम k_0 को इस प्रकार चुन सकते हैं कि

$$\left| \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t) \right| < \epsilon$$

क्योंकि $k < k_0$ (रीमान-लेबेस्क प्रमेय से)

k_0 को स्थिर करते हुए हम एक ऐसा धन पूर्णांक n_0 चुन सकते हैं जिससे

$$|a_{n,k}| \rightarrow \frac{\epsilon}{k_0+1} \text{ क्योंकि } 0 \leqslant k \leqslant k_0 \text{ तथा } n > n_0$$

अत:

$$\sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_{k,2} = \left(\sum_{k=0}^{k_0} + \sum_{k_0+1}^{n} \right) a_{n,k} \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)\; dt$$

$$= I_{k,2\cdot1} + I_{k,2\cdot2} \text{ माना} \tag{3.8}$$

तो

$$|I_{k,2\cdot1}| \leqslant \sum_{k=0}^{k_0} |a_{n,k}| \int_{\delta}^{\pi} g(t)\; dt$$

$$\leqslant \frac{N\epsilon(k_0+1)}{(k_0+1)} = N\epsilon \text{ जहाँ } N = \int_{\delta}^{\pi} |g(t)|\; dt \tag{3.9}$$

$$|I_{k,2\cdot2}| = \sum_{k=k_0+1}^{n} a_{0,n,k} \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)\; dt$$

$$< \epsilon \sum_{k=k_0+1}^{n} |a_{n,k}|$$

$$\leqslant \epsilon \tag{3.10}$$

इस प्रकार (3.6), (3.7), (3.8), (3.9) तथा (3.10) को एकत्र करने पर सिद्ध होता है कि

$$\left| \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_k \right| < (N+2) \epsilon$$

$n > n_0$ के लिए क्योंकि ϵ एक यादृच्छिक मात्रा है। हमें $\Sigma a_{n \cdot k} I_k = 0(1)$ ज्यों-ज्यों $n \to \infty$ प्राप्त होता है। अतः

$$\sigma_{n, 2} = 0(1) \tag{3.12}$$

अब रीमान-लेबेस्क प्रमेय[3] के द्वारा (Z^p, λ_m) विधि के नियमित प्रतिबन्ध को ध्यान में रखने पर

$$\sigma_{n \cdot 3} \to 0 \text{ ज्यों-ज्यों } n \to \infty. \tag{3.12}$$

(3.2), (3.3), (3.11) तथा (3.12) को एकत्र करने से हमारे प्रमेय की उपपत्ति पूरी तरह हो जाती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक को उसके शोध निर्देशक डॉ॰ सुनील कुमार वर्मा द्वारा इस प्रपत्र की तैयारी में सहायता मिली है जिसके लिए वह हृदय से आभारी है।

निर्देश

1. जैकिमावस्की, एमनन, Michigan Math. J., 1959, **6**, 277-290.
2. वर्मा, एस॰ के॰, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1982, **25**, 331-335.
3. जिगमुंड, ए॰, Trigonometrical Series. चेल्सिया पब्लिशिंग कम्पनी, न्यूयार्क, द्वितीय संस्करण 1952.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

पतरातू क्षेत्र में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था का सर्वेक्षण

चतुर्भुज साहु
मानव विज्ञान विभाग, गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (बिहार)

[प्राप्त—अगस्त 7, 1990]

सारांश

पतरातू तथा इसके आस-पास के चार अन्य गाँवों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था का व्यक्तिगत रूप से निरीक्षण किया गया। सम्बन्धित व्यक्ति की स्थिति की आकृति बनाकर उसकी तीन पीढ़ियों तक की वंशावली अंकित कर ली गयी। 11441 व्यक्तियों (6492 पुरुष एवं 4949 स्त्रियाँ) में से 41 (0·35%) व्यक्तियों में अलग-अलग प्रकार की जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था पायी गयी। हिन्दू समुदाय में अंगुलीय अव्यवस्था (0·34%) मुस्लिम समुदाय (0·54%) की तुलना में कम पायी गयी। हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली घटना अन्य लक्षणों की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि मुस्लिम समुदाय में सिंडक्टायली घटना अधिक पायी गयी है।

Abstract

A survey on digital anomalies in Patratu area. *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih (Bihar).

A complete enumeration of all the house-holds of Patratu and the surrounding four villages of Hazaribagh district (Bihar) was carried out to record the incidence of congenital digital anomalies. Pedigrees were constructed with at least three generations.

A total of 41 (0.35%) individuals out of 11441 persons (6492 males and 4949 females) were found with various types of digital anomalies. The incidence among the Hindus was found to be slightly less (0.34%) compared to those of the Muslims (0.54%). Among the Muslims greater incidence is probably due to occurrence of consanguneous marriages.

The incidence of Polydactyly was found more than that of Brachydactyly and Syndactyly among the Hindus, while the incidence of Syndactyly was found more among the Muslims.

शारीरिक मानव विज्ञान की दृष्टि से जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था में बहुत ही कम अध्ययन हुआ है। तिस पर तुलनात्मक रूप से बिहार में साहु[1,2] के अतिरिक्त किसी ने कोई कार्य नहीं किया है। प्रस्तुत अध्ययन का उद्देश्य पतरातू जिला—हजारीबाग, बिहार क्षेत्र के विभिन्न समुदायों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था के प्रकार एवं घटना का पता लगाना है तथा उनमें आनुवंशिक एवं पश्च-जात प्रभावों पर प्रकाश भी डालना है। इसके साथ ही साथ जनसंख्या आनुवंशिक अवस्थाओं को भी देखना है।

प्रयोगात्मक

सामग्री एवं विधि :

हाथ एवं पैर की अंगुलियों में पाये गये जन्मजात असाधारण व्यक्तियों के प्रकारों तथा विशिष्ट लक्षणों का व्यक्तिगत रूप से निरीक्षण किया गया। इसके लिये सांकुल, पतरातू, जयनगर, रस्दा एवं लबगा गाँवों के प्रत्येक घर में जाकर कुल 11441 व्यक्तियों को जिनमें 6492 पुरुष तथा 4949 स्त्रियाँ थीं जाँचा गया। अध्ययन की सुविधा के लिए उस व्यक्ति की स्थिति की आकृति बनाकर उसकी तीन पीढ़ियों तक की वंशावली अंकित कर ली गयी।

परिणाम तथा विवेचना

11441 व्यक्तियों में से 41 (·35%) व्यक्तियों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था पायी गयी। ये तमाम व्यक्ति हिन्दू और मुस्लिम इन दो समुदायों के अन्तर्गत आते हैं।

सारणी 1 (क)

पतरातू क्षेत्र में जन्मजात अंगुलीय असाधारणता की बारम्बारता

(हिन्दू एवं मुस्लिम के सन्दर्भ में)

समुदाय	संख्या	पो० ड०	ब्रे० डा०	सिं० ड०	अन्य	योग
हिन्दू	10333	28 (0.27%)	3 (0.029%)	2 (0.019%)	2 (0.019%)	35 (0.34%)
मुस्लिम	1108	1 (0.09%)	×	4 (0.36%)	1 (0.09%)	6 (0.54%)
	11441	29 (0.25%)	3 (0.025%)	6 (0.05%)	3 (0.025%)	41 (0.35%)

पो० ड०=पोलिडक्टायली ब्रे० ड०=ब्रेकीडक्टायली सिं० ड०=सिंडक्टायली

सारणी 1 (ख)

(पुरुषों एवं महिलाओं के सन्दर्भ में)

पुरुष	6492	17 (0.26%)	1 (0.016%)	3 (0.05%)	2 (0.03%)	23 (0.36%)
स्त्री	4949	12 (0.24%)	2 (0.04%)	3 (0.06%)	1 (0.02%)	18 (0.37%)

सारणी 1 के विवेचन से यह पता चलता है कि अंगुली के असाधारण लक्षण मुस्लिम समुदाय में अधिक (0.54 प्रतिशत) पाये जाते हैं। यह निश्चित रूप से सरक्त (कॉन्सैन्गुनियस) विवाह के कारण ही हुआ है।

हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली की घटना ब्रेकीडक्टायली, सिडक्टायली एवं अन्य लक्षणों की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि पतरातू के मो० अलाउद्दीन के परिवार में सिडक्टायली अधिक पायी गयी है। पुरुषों एवं महिलाओं के सन्दर्भ में इस असामान्यता में कोई विशेष अन्तर नहीं है लेकिन ब्रेकीडक्टायली के प्रसंग में दोनों में काफी अन्तर है।

सारणी 2

पतरातू क्षेत्र में पोलिडक्टायली की घटना

सेक्स	समुदाय	दोनों हाथ/पैर	बाँया हाथ/पैर	दाहिना हाथ/पैर	योग
पुरुष	हिन्दू	6	5	5	16
	मुस्लिम	1	—	—	1
स्त्री	हिन्दू	4	7	1	12
	मुस्लिम	—	—	—	—
		11	12	6	29

सारणी 2 से यह पता चलता है कि पोलिडक्टायली लक्षण में दोनों ही समुदायों में अन्तर है। मुस्लिम समुदाय में पोलिडक्टायली घटना केवल एक ही व्यक्ति में पायी गयी जिसके दोनों हाथों में अतिरिक्त अंगुलियाँ पायी गयी हैं। हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली की घटना पुरुषों में लगभग समान है जबकि हिन्दू महिलाओं में बाँये हाथ/पैर वाली असाधारण अत्यधिक पायी गयी है।

सारणी 3

रेडियल/अलनर पोलिडक्टायली घटना

अंगुली	सेक्स	समुदाय	रेडियल	अलनर	योग
अँगूठा	पुरुष	हिन्दू	6	2	8
		मुस्लिम	—	—	—
	स्त्री	हिन्दू	2	1	3
		मुस्लिम	—	—	—
छोटी अँगुली	पुरुष	हिन्दू	2	5	7
		मुस्लिम	—	1	1
	स्त्री	हिन्दू	2	5	7
		मुस्लिम	—	—	—
			12	14	26

सारणी 3 में विभिन्न अँगुलियों के पोलिडक्टायली के प्रकारो को दर्शाया गया है। सारणी से यह स्पष्ट होता है कि रेडियल तथा अलनर पोलिडक्टायली घटना लगभग समान है लेकिन अँगूठा एवं छोटी अँगुली के सन्दर्भ में घटनाएँ समान नहीं हैं। हाथ के अँगूठे में रेडियल/अलनर घटनाएँ पुरुषों एवं स्त्रियों में क्रमशः तीनगुने और दोगुने का अन्तर मिलता है जबकि छोटी अँगुली में ठीक इसके विपरीत परिणाम देखने को मिलता है।

सारणी 4

टिबियल/फिबुलर पोलिडक्टायली घटना

अँगुली	सेक्स	समुदाय	टिबियल	फिबुलर	योग
पैर का अँगूठा	पुरुष	हिन्दू	—	1	1
		मुस्लिम	—	—	—
	स्त्री	हिन्दू	2	—	2
		मुस्लिम	—	—	—
			2	1	3

सारणी '4' से यह स्पष्ट पता चलता है कि हिन्दू पुरुष में सिर्फ एक व्यक्ति फिबुलर तथा 2 हिन्दू महिला टिबियल पोलिडक्टायली से ग्रसित है।

प्राप्त आँकड़ों में यह पाया गया है कि रेडियल और अलनर घटनाएँ लगभग समान हैं परन्तु रेडियल पोलिडक्टायली में विकृत आकृति वालों की संख्या सुडौल आकृति वालों की संख्या से अधिक है। यह भी देखा गया है कि पोस्टएक्सीयल अलनर पोलिडक्टायली अपने विस्तृत प्रभावों के साथ पुरुष एवं स्त्री में लगभग एक ही जैसे हैं लेकिन रेडियली पुरुष ज्यादा प्रभावी दिखते हैं।

बची हुई अन्य 3 अंगुलीय अव्यवस्थाएँ भिन्न प्रकार की हैं। एक हिन्दू पुरुष के प्रत्येक हाथ में सिर्फ चार-चार अँगुलियाँ है जिसमें अँगूठा नहीं है और मेटाकारपेल हड्डी भी नहीं है। दूसरे हिन्दू पुरुष में दाहिने पैर में सिर्फ चार अँगुलियाँ हैं। इसका भी अँगूठा नहीं है। एक मुस्लिम स्त्री के बाँये पैर में अँगूठा नहीं है—उसके बदले कार्टिलेज की एक ढेला-जैसी आकृति है। शेष सभी अँगुलियाँ एक दूसरे से जुड़ी हैं। यह पैर भी बेकार है।

मल्होत्रा[3] ने सूरत के एक पोलिडक्टायल वंशावली का वर्णन करते हुए यह सुझाव दिया है कि पोलिडक्टायली का हस्तान्तरण प्रभावी जीन के बदलते हुए ढंग के कारण हो सकता है।

मल्होत्रा एवं रीफ[4] ने सिडक्टायली एवं क्लाइनोडक्टायली का अध्ययन करते हुए पाया कि प्रभावी क्लाइनोडक्टायली अपूर्ण वेध्यता के साथ कार्यशील है।

बसु[5] ने पहिरा के तीन पोलिडक्टायली, एक ब्रेकीडक्टायली एवं एक सिडक्टायली परिवारों का वर्णन करते हुए उनके बीच अँगुलीय अनियमितताओं की बारम्बारता की गणना भी की है।

चक्रवर्ती[6] ने तटीय आन्ध्रप्रदेश के रेड्डी परिवार में अतिरिक्त अँगुली V पोलिडक्टायली की वंशावली का अध्ययन किया। उन्होंने दुर्लभ पोलिडक्टायली जीन युग्म *pp* एवं अतिरिक्त युग्म *Aa* पर विचार किया और पाया कि जीनोटाइप और विसंयोजन अनुपात दो प्रमुख जीनों की परिकल्पना पर आधारित है। माता-पिता के लैंगिक पोलिडक्टायली से इसकी जाँच उनके सन्तानों पर करने से कोई महत्वपूर्ण परिणाम नहीं मिला।

प्रस्तुत अध्ययन में विभिन्न प्रकार की अंगुलीय अव्यवस्था को व्यक्तिगत स्तर से तथा पारिवारिक स्तर से दर्शाया गया है। हिन्दुओं में पोलिडक्टायली अव्यवस्था ब्रेकीडटायली एवं सिडक्टायली की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि मुस्लिम समुदाय में सिडक्टायली घटना अधिक मिली है। यह निश्चित रूप से सरक्त विवाह के कारण ही हुआ है।

निर्देश

1. साहु, चतुर्भुज, सोवेनियर 7th क० ई० सी० हू० वा०, 1980, 28.

2. साहु, चतुर्भुज, 6th का० ई० फो० क० सो०, 1980, 9.

3. मल्होत्रा, के० सी०, एन्थ्र०, 1961, 1-4.

4. मल्होत्रा, के० सी० तथा रीफ, डी० सी०, हेरेड 1963, 54, 219-22.

5. बसु, ए०, मैन, 1969, 274-276.

6. चक्रवर्ती, एम० आर०, ई० ज० मे० रिसर्च, 1971, 945-948.

7. चक्रवर्ती, एम० आर०, ई० ज० फि० ए० हु० जे०, 1975, 1 175-178.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

नैपथेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव के विभव-उत्क्रमण की किरणन की तीव्रता तथा आवृत्ति पर निर्भरता

जगदीश प्रसाद

रसायन विभाग, मेरठ कालिज, मेरठ

[प्राप्त—दिसम्बर 4, 1990]

सारांश

सीमेन्ज तथा स्लीव उत्तेजन के अन्तर्गत, अधिकतम धनात्मक जोशी प्रभाव $+\Delta i$ के लिए विभव $V_{+\Delta i\ max}$, संगत परिवर्तन $+\Delta i \rightleftharpoons -\Delta i$ के उत्क्रमण-विभव V_i^I तथा अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव $-\Delta i$ के लिए विभव $V_{-\Delta i\ max}$ की दृश्य, ऐक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति ν पर निर्भरता का अध्ययन किया गया। आरम्भ में $+\Delta i$ अनुप्रयुक्त V के साथ $V_{+\Delta i\ max}$ तक बढ़कर अचानक V_i^I पर $-\Delta i$ में उत्क्रमित हो जाता है, जबकि I तथा ν स्थिर रहते हैं; V के साथ $-\Delta i$ $V_{-\Delta i\ max}$ तक बढ़कर क्रमशः घटता जाता है। विभव $V_{+\Delta i max}$ या $V_{-\Delta i max}$, देहली विभव V_m के समान, $I_{visible}$ के साथ बढ़ता है; जो I के उच्च मानों की तुलना में निम्न मानों के लिए उल्लेखनीय है। दूसरी ओर I तथा ν के साथ V_i^I घटता है। I और ν के साथ V_i^I के ह्रास की व्याख्या Δi के लिए जोशी सिद्धान्त के आधार पर सम्भव है।

Abstract

Intensity and frequency of irradiation as determinants of the potential inversion for the Joshi effect in naphthalene vapour. *By* Jagdish Prasad, Chemistry Department, Meerut College, Meerut.

The studies have been made on the dependence, under Siemens' and Sleeve excitations, of the potential $V_{+\Delta i max}$ for maximum positive Joshi effect, the first inversion potential V_i^I corresponding to the change $+\Delta_i \rightleftharpoons -\Delta_i$ and the potential $V_{-\Delta i max}$ for maximum negative Joshi effect on the intensity I and the frequency ν of the visible, x, beta-gamma and gamma radiations. $+\Delta i$ increases initially with the applied V to a maximum at $V_{+\Delta i\ max}$ and decreases precipitously thereafter and

inverts, at constant I and v, to $-\Delta i$ at V_i^I; $-\Delta i$ first increases to a maximum $V_{-\Delta i\ max}$ and then diminishes slowly. The potential $V_{+\Delta i\ max}$ or $V_{-\Delta i\ max}$, identifiable with the breakdown threshold potential V_m, increases with $I_{visible}$; this is more pronounced at small than at larger values of I. On the other hand, V_i^I diminishes with I and v. The diminution of V_i^I with I and v is explicable on the basis of Joshi theory for the phenomenon Δi.

जोशी प्रभाव Δi की क्रियाविधि[1] में इसका बहुत महत्व है कि स्थिर I तथा v पर अनुप्रयुक्त V की वृद्धि के साथ और स्थिर V पर I तथा v की वृद्धि के साथ, उत्क्रमण-विभव V_i^I पर, धनात्मक जोशी प्रभाव का उत्क्रमणीय ऋणात्मक जोशी प्रभाव में उत्क्रमण हो जाता है। Δi का V[2–4] या I के साथ उत्क्रमण का इस क्षेत्र में कार्य करने वाले अनेक अन्वेषकों ने प्रेक्षण किया है। प्रकाशित सामग्री का अवलोकन करने से ज्ञात हुआ कि नैफ्थेलीन में Δi की I तथा v पर उत्क्रमण विभव की निर्भरता के विषय में आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। अत: अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव, $\Delta_{-\Delta i\ max}$, प्रथम उत्क्रमण विभव V_i^I तथा ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव $V_{-\Delta i\ max}$ की दृश्य (L), एक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति v पर निर्भरता का प्रस्तुत लेख में अध्ययन किया गया।

प्रयोगात्मक

तीन सीमेन्ज काँच ओजोनित्र A, B, C तथा एक स्लीव-नली D (स्लीव-दूरी=3.5 सेमी०) का प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त किया गया। ओजोनित्रों के पेंदों में जुड़ी छोटी बल्ब में लगभग 0.5 ग्राम शुद्ध नैफ्थेलीन तथा स्लीव-नली में जुड़ी बल्ब में शुद्ध आयोडीन रखा गया। संगत वाष्पों के अतिरिक्त नलियों को निर्वातित करके $pC_{10}H_8=0.2$ मिमी०Hg 34°C या $pI_2=0.47$ मिमी०Hg 34°C पर मुँह बन्द कर दिया गया। प्रयुक्त विद्युत-परिपथ तथा सामान्य प्रयोगात्मक समायोजन पूर्वघोषित[8,9] के समान थे।

नैफ्थेलीन-वाष्प में दृश्य किरणन के अन्तर्गत विभिन्न I के लिए नली A में तथा विभिन्न v के लिए नली B में अध्ययन किया गया। एक्स-किरण-अध्ययन के लिए नली C प्रयुक्त की गई; जबकि आयोडीन युक्त स्लीव-नली D को रेडियम-स्रोत जनित बीटा-गामा-किरणों तथा मुख्यत: गामा-किरणों से उद्भाषित किया गया। । 200 वाट 220 वोल्ट के तप्त टंगस्टेन तंतुयुक्त बल्ब को दृश्य (3700-7800 Å) किरणन स्रोत के रूप में प्रयुक्त किया गया। नली A की अक्ष पर आपेक्षित तीव्रता I (1-400) को किरणन स्रोत की दूरी परिवर्तित करके ताप-वैद्युत पुँज-धारामापी निकाय द्वारा मापा गया। एक्स-किरणों (0.1-0.2) Å) की तीव्रता I तथा आवृत्ति v को क्रमश: ऐनोड-धारा (0-10 mA) तथा ऐनोड-विभव (80-112 pkV) बदलकर परिवर्तित किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

पूर्व प्रकाशित[4] परिणामों के समान V के निम्न स्तरीय मानों के लिए $+\Delta i$ का मान अत्यल्प

inverts, at constant I and ν, to $-\Delta i$ at V_i^I; $-\Delta i$ first increases to a maximum at $V_{-\Delta i\ max}$ and then diminishes slowly. The potential $V_{+\Delta i\ max}$ or $V_{-\Delta i\ max}$, identifiable with the breakdown threshold potential V_m, increases with $I_{visible}$; this is more pronounced at small than at larger values of I. On the other hand, V_i^I diminishes with I and ν. The diminution of V_i^I with I and ν is explicable on the basis of Joshi theory for the phenomenon Δi.

जोशी प्रभाव Δi की क्रियाविधि[1] में इसका बहुत महत्व है कि स्थिर I तथा ν पर अनुप्रयुक्त V की वृद्धि के साथ और स्थिर V पर I तथा ν की वृद्धि के साथ, उत्क्रमण-विभव V_i^I पर, धनात्मक जोशी प्रभाव का उत्क्रमणीय ऋणात्मक जोशी प्रभाव में उत्क्रमण हो जाता है। Δi का V[2-4] या I के साथ उत्क्रमण का इस क्षेत्र में कार्य करने वाले अनेक अन्वेषकों ने प्रेक्षण किया है। प्रकाशित सामग्री का अवलोकन करने से ज्ञात हुआ कि नैफ्थेलीन में Δi की I तथा ν पर उत्क्रमण विभव की निर्भरता के विषय में आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। अतः अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव, $\Delta_{-\Delta i\ max}$, प्रथम उत्क्रमण विभव V_i^I तथा ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव $V_{-\Delta i\ max}$ को दृश्य (L), एक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति ν पर निर्भरता का प्रस्तुत लेख में अध्ययन किया गया।

प्रयोगात्मक

तीन सीमेन्ज काँच ओजोनित्र A, B, C तथा एक स्लीव-नली D (स्लीव-दूरी=3.5 सेमी०) को प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त किया गया। ओजोनित्रों के पेंदों में जुड़ी छोटी बल्ब में लगभग 0.5 ग्राम शुद्ध नैफ्थेलीन तथा स्लीव-नली में जुड़ी बल्ब में शुद्ध आयोडीन रखा गया। संगत वाष्पों के अतिरिक्त नलियों को निर्वातित करके $pC_{10}H_8=0.2$ मिमी०Hg 34°C या $pI_2=0.47$ मिमी०Hg 34°C पर मुंह बन्द कर दिया गया। प्रयुक्त विद्युत-परिपथ तथा सामान्य प्रयोगात्मक समायोजन पूर्वघोषित[8,9] के समान थे।

नैफ्थेलीन-वाष्प में दृश्य किरणन के अन्तर्गत विभिन्न I के लिए नली A में तथा विभिन्न ν के लिए नली B में अध्ययन किया गया। एक्स-किरण-अध्ययन के लिए नली C प्रयुक्त की गई; जबकि आयोडीन युक्त स्लीव-नली D को रेडियम-स्रोत जनित बीटा-गामा-किरणों तथा मुख्यतः गामा-किरणों से उद्भाषित किया गया।। 200 वाट 220 वोल्ट के तप्त टंगस्टेन तंतुयुक्त बल्ब को दृश्य (3700-7800 Å) किरणन-स्रोत के रूप में प्रयुक्त किया गया। नली A की अक्ष पर आपेक्षित तीव्रता I (1-400) को किरणन-स्रोत की दूरी परिवर्तित करके ताप-वैद्युत पुँज-धारामापी निकाय द्वारा मापा गया। एक्स-किरणों (0.1-0.2) Å) की तीव्रता I तथा आवृत्ति ν को क्रमशः ऐनोड-धारा (0-10 mA) तथा ऐनोड-विभव (80-112 pkV) बदलकर परिवर्तित किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

पूर्व प्रकाशित[4] परिणामों के समान V के निम्न स्तरीय मानों के लिए $+\Delta i$ का मान अत्यल्प

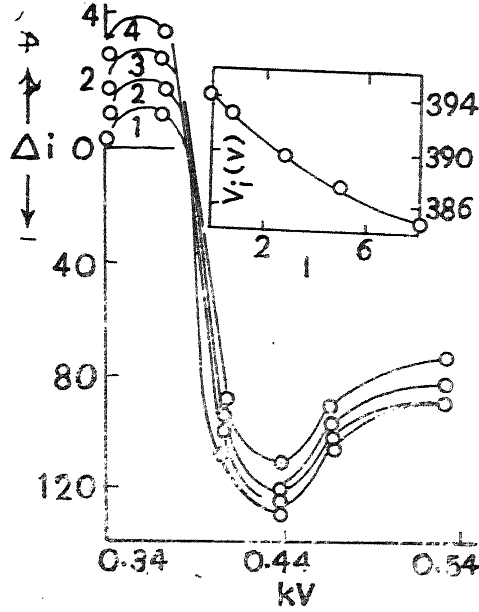
था, स्वयंपोषी विसर्ज के V_m तक बढ़ने पर आरम्भ में बढ़ता गया। V_m के ऊपर, $+\Delta i$ तेजी से घटकर उत्क्रमण-विभव V_i^1 पर चिह्न उलटकर $-\Delta i$ हो गया। V_i^I के ऊपर, आरम्भ में $-\Delta i$ तेजी से बढ़ कर धीरे-धीरे घटता गया। V के उच्च क्षेत्रों में, कुछ निकायों[4] में, V_i^{II} पर, एक बार पुनः $-\Delta i$ से $+\Delta i$ में उत्क्रमण प्राप्त होता है। $\pm\%\Delta i - V$ वक्र परस्पर लगभग समान हैं। यह उल्लेखनीय है कि $+\Delta i \leftrightharpoons -\Delta i$ तथा $-\Delta i \leftrightharpoons +\Delta i$ परिवर्तन विभव-उत्क्रमणीय हैं। ओसिलोग्राफ-अध्ययनों[4-10] से पता लगा है कि Δi की निर्मिति नैज $+\Delta i$ तथा नैज $-\Delta i$ के योग से होती है जो क्रमशः कुछ स्पंदों की संख्या या/तथा आवृत्ति में वृद्धि और अन्य में ह्रास द्वारा प्रदर्शित होती है—विद्युत्-दर्शक विस्तन-धारामापी निकाय, समाकलन-युक्ति होने के नाते, इन दोनों का बीजगणितीय योग प्रदर्शित करता है :

$\pm\Delta i$ के साथ V सम्पूर्ण अनुक्रम के लिए लेखक[4] द्वारा एक क्रियाविधि दी गई है। Δi की उत्पत्ति में, अनुप्रयुक्त V के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र F में अल्पकालिक कैथोड-तल से प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन होता है। शॉट्की-परिणामन स्वरूप तल का कार्य-फलन ϕ से घटकर ϕ' हो जाता है, जिसका सम्बन्ध समीकरण[11] $\phi' = \phi - F^{1/2}$ द्वारा प्रदर्शित होता है। विसर्जन-नली पर ज्यों-ज्यों अनुप्रयुक्त V क्रमशः बढ़ता है, प्रकाश-सक्रिय तल की प्रकृति तथा ϕ पर निर्भर, जब अनुप्रयुक्त F इस प्रकार होता है कि ϕ' का मान आपाती प्रकाश की ऊर्जा $h\nu$ से बराबर या इससे कम होता है तब उत्सर्जन होता है। इलेक्ट्रॉनों का निष्कासन वेगों के मैक्सवेली वितरण के अनुसार होता है, जिसका विस्तार शून्य से अधिकतम v_{max} तक होता है और जिसका आइन्सटाइन समीकरण $\frac{1}{2} mv^2_{max} = h\nu - \phi$ के द्वारा परिकलन किया जा सकता है। मुक्त प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का एक निश्चित अंश, उदासीन गैस/वाष्प कणों के साथ जुड़कर ऋण आयन बनाते हैं; संलगन की यह क्रिया प्रायिकता P से नियन्त्रित होती है, जो इलेक्ट्रॉन ऊर्जा की व्युत्क्रम फलन अतः F/p होती है, जबकि p गैस का दाब है। अपनी कम गतिशीलता के कारण, ये ऋण आयन स्वयं या इलेक्ट्रॉन-गुणन द्वारा धारा को नहीं बढ़ाते हैं, बल्कि प्रकाश-सक्रिय तल के अत्यन्त समीप के स्थान में संचित होने को प्रवृत्त होते हैं। आरम्भ में, V_m से पर्याप्त नीचे, प्रकाश उत्सर्जन न्यून होता है। निर्मित ऋण आयनों की अत्यल्प संख्या के कारण अत्यल्प अन्तराकाशी-आवेश विभव-वितरण में कोई व्यावहारिक परिवर्तन उत्पन्न नहीं करता है। जो प्रकाश-इलेक्ट्रॉन संलगन से बच निकलते हैं, उनके द्वारा प्रकाश में, i में वृद्धि होने से, $+\Delta i$ का प्रेक्षण होता है।

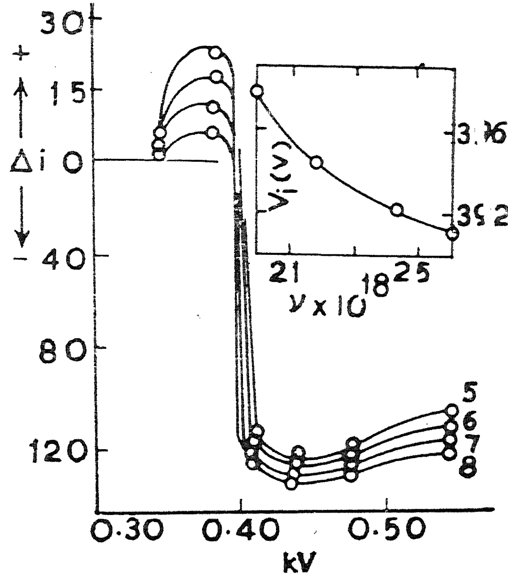
V, F, $1/\phi'$ तथा उत्सर्जन के बढ़ने पर $+\Delta i$ बढ़ जाता है प्राप्त ϕ' के मान को रिचार्डसन-समीकरण $I = AT^2 \exp.(-e\phi'/kT)$ में प्रतिस्थापित करने पर $I = I_0 \exp(eF^{1/2}/kT)$ प्राप्त होता है, जबकि शून्य बाह्य क्षेत्र के लिए धारा I_0 है। उपर्युक्त सम्बन्ध के लिए प्रयोगात्मक प्रमाण उपलब्ध हैं[12, 13]। V_m के नीचे, अन्धकार में धारा i_D मुख्यतः धारिता-सम्बन्धी होती है; इस प्रकार, F के अन्तर्गत प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की मुक्ति के कारण चालकता $+\Delta i$ होती हैं। क्योंकि V का मान कम है, अतः संघट्ट आयनीकरण के कारण गैस-प्रवर्धन को कम महत्व का मानते हुए, $+\Delta i = A.\exp(eF^{1/2}/kT)$, जबकि A एक स्थिरांक है। क्योंकि किसी दिये हुए इलेक्ट्रॉन-विन्यास के लिए, F अनुक्रमानुपाती है V के, उपर्युक्त समीकरण से स्पष्ट है कि $\log(+\Delta i)$ तथा $V^{1/2}$ के आरेख से एक सरल रेखा प्राप्त होनी चाहिये[3]।

V_m पर तथा इससे ऊपर, सतत विसर्जन के कारण, अन्तर-इलेक्ट्रोड स्थान में इलेक्ट्रॉन और धन आयनों की सांद्रता पर्याप्त होती है, जो विपरीत आवेशित इलेक्ट्रोडों की ओर गति करते हैं। अर्द्ध-चक्र के मुख्य भाग के दौरान अल्पकालिक ऐनोड पर पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉनों का उदासीकरण हो जाता है, जबकि इलेक्ट्रोड के चिह्न परिवर्तन के एकदम पहले पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉनों का काँच-भित्ति पर वैसे-के-वैसे ही निक्षेपण हो जाता है। आगामी अर्द्ध-चक्र के दौरान ये श्लथ-बद्ध इलेक्ट्रॉन अल्पकालिक कैथोड-तल को उल्लेखनीय निम्न ϕ प्रदान करते हैं, जिसकी प्रकाश-इलेक्ट्रॉन सक्रियता उच्च होती है। इस प्रकार लाल तथा निकट अवरक्त[14] सदृश के अन्तर्गत पर्याप्त इलेक्ट्रॉनों का विमोचन होता है। इन इलेक्ट्रॉनों के संलग्न के कारण, ऋण अन्तराकाशी आवेश तथा इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन के कारण और r तथा $\eta\theta g$ प्रक्रमों के द्वारा वेगों का मैक्सवेली वितरण, अधिक होता है; इस प्रकार ये मन्दक रोध उत्पन्न करते हैं, जिससे विभव-वितरण परिवर्तित हो जाता है। फलतः वाह्य प्रकाश तथा r और $\eta\theta g$ प्रक्रमों द्वारा इलेक्ट्रॉनों, विशेषतः निम्न ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन निरुद्ध हो जाता है; यही $-\Delta i$ का आरम्भ है। तथापि, उच्च ऊर्जायुक्त इलेक्ट्रॉन अवरोध को पार करने में सफल हो जाते हैं, अपने द्वितीयक सहायकों के सहित ये ही इलेक्ट्रॉन $+\Delta i$ के लिए उत्तरदायी होते हैं। इस प्रकार $+\Delta i$ तथा $-\Delta i$ का सह-अस्तित्व होता है, जिसका ओसिलोग्राफ पर प्रेक्षण होता है। जब $-\Delta i$ की तुलना में $+\Delta i$ का मान अधिक होता है तब परिणामी $+\Delta i$ का प्रेक्षण होता है। V के बढ़ने से F बढ़ता हैं, जिससे ϕ तथा संलग्न प्रायिकता P घटते हैं। F की न्यून वृद्धि के लिए, $P=f(p/F)$ में ह्रास पर्याप्त नहीं होता है, जबकि p का मान इस प्रकार के अध्ययनों में प्रायः प्रयुक्त कुछ सौ मिमी० Hg कोटि का, पर्याप्त उच्च होता है। परिणामस्वरूप, V के इस प्रकार के परिवर्तनों के लिए, ϕ में ह्रास महत्वपूर्ण होता है, जिससे उत्सर्जन, अन्तराकाशी आवेश-घनत्व अतः $-\Delta i$ बढ़ते हैं। किरणन के पूर्व, उत्सर्जक तल के समीप विद्यमान क्षेत्र को किरणन द्वारा उत्पन्न ऋण अन्तराकाशी आवेश घटा देता है। अतः उपर्युक्त अन्तराकाशी आवेश के निर्माण होने पर इस क्षेत्र की प्रायिकता P बढ़ जाती है, यह एक सहायक अंग होता है। अथ च, अवरोध को पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा $+\Delta i$ अपेक्षाकृत न्यून होते हैं। फलतः प्रेक्षित परिणामी $+\Delta i$ घट जाता है। V_i^I पर, $i_D=i_L$ तथा $+\Delta i=-\Delta i$, अन्तराकाशी आवेश का निरोधक प्रभाव, अवरोध से बच निकलने वाले इलेक्ट्रॉनों के प्रभाव के बिल्कुल बराबर हो जाता है। V_i^I के ऊपर, एक संकुचित V परास में $-\Delta i$ की अधिकतम तक वृद्धि की व्याख्या उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है। V के और अधिक बढ़ने से P में ह्रास पर्याप्त हो जाता है। इससे अन्तराकाशी आवेश-घनत्व अतः प्रेक्षित $-\Delta i$ घट जाते हैं। युगपत्, आवर्तित अवरोध को पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा इससे सम्बद्ध $+\Delta i$ बढ़ जाते हैं, और V_i^{II} के ऊपर, अन्तराकाशी आवेश के निरोधक प्रभाव तथा $-\Delta i$ की तुलना में बढ़ जाते हैं, इसलिए परिणामी प्रभाव पुनः धनात्मक $(+\Delta i)$ हो जाता है।

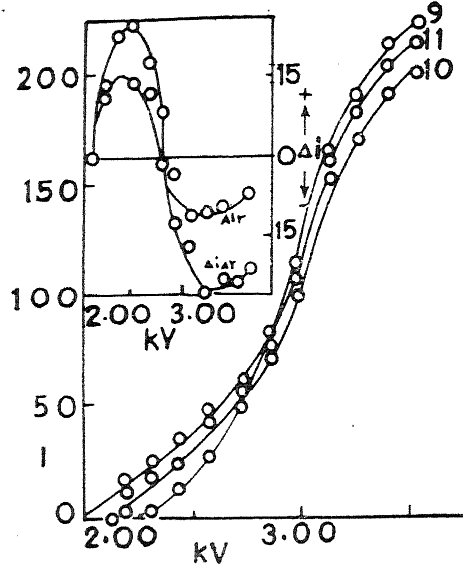
I तथा ν पर V_i^I की निर्भरता (चित्र 1-3) : $V_{+\Delta i\ max}$ के ऊपर $+\Delta i$ में ह्रास सम्बद्ध $-\Delta i$ में वृद्धि के कारण होता है और V_i^I पर $+\Delta i=-\Delta i$ हो जाता है। यह भी ज्ञात है[7, 15] कि I तथा ν में वृद्धि के साथ $-\Delta i$ क्रमशः बढ़ता जाता है। अतः I तथा ν के उच्च मानों पर उत्क्रमण होने के लिए $+\Delta i$ को आनुपातिक मात्रा में बढ़ना चाहिए। $V_{+\Delta i\ max}$ की ओर अग्रसारित V में



चित्र 1 : नैफ्थेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव Δi के उत्क्रमण-विभव की एक्स-किरण-तीव्रता I पर निर्भरता (वक्र 1-4 : $\nu = 24 \times 10^{18}$ पर क्रमश: $I_{relative} = 1, 3, 5$ तथा 8 के लिए।)



चित्र 2 : नैफ्थेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव के उत्क्रमण-विभव की एक्स-किरण-आवृत्ति ν पर निर्भरता (वक्र 5-8 : $I_{rel.} = 8$ पर क्रमश: $\nu = 19\text{-}87$, 21.73, 24.00 तथा 25.64×10^{18} के लिए।)



चित्र 3 : आयोडीन-वाष्प में विसर्जन धारा i तथा जोशी प्रभाव Δi का बीटा-गामा तथा गामा किरणन के अन्तर्गत विभव-परिवर्तन (वक्र 9 : अँधेरे में विसर्जन धारा i_D; 10 : $i_{\beta-\gamma}$; 11 : i_γ)

कमी से अतः V_i^I पर प्राप्त होता है। I के उच्च मानों पर V_i^I में अपर्याप्त कमी का कारण यह है कि I के इस प्रकार के परासों में $-\Delta i$ में वृद्धि पर्याप्त नहीं होती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

डा० पी० एम० राव के अमूल्य सुझावों के लिए लेखक आभारी है।

निर्देश

1. जोशी, एस० एस०, प्रोसी० इण्डियन साइंस काँग्रेस; अध्यक्षीय भाषण, रसायन विभाग 1943, 51.

2. जोशी, एस० एस०, प्रोसी० इण्डियन अकेडमी ऑफ साइंस, 1945, A22, 389.

3. मोहन्ती, एस० आर०, जर्न० केमि० फिजि०, 1955, **23**, 1533.

4. प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरू, 1978, **44**, 63.

5. अर्नीकर, एच० जे०, जर्न० ओप्ट० सोसा० अमे०, 1953, **43**, 804.

6. मोहन्ती, एस० आर०, जर्न० साइं० रिस०, बी० एच० यू०, 1951-52, **2**, **46**.

7. प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरु, 1977, **43**, 122.

8. प्रसाद, जे०, रिव० रूमेन किम०, 1973, **18**, 1075.

9. प्रसाद, जे०, इस्लामाबाद जर्न० साइंस, 1978, **5(1-2)**, 32.

10. प्रसाद, जे०, काइनेटिका आइकैटेलिज, 1977, **18**, 497.

11. लॉरेन्स, इ० ओ०, एवं लिनफोर्ड, एल० बी०, फिजि० रिव्यू०, 1930, **36**, **482**.

12. फोर्टे, डब्लु० एस०, जैड० फिजिक, 1928, **49**, 46.

13. ब्रूने, एन० ए० डि, प्रोसी० रॉयल० सोसा०, 1928, **A120**, 423.

14. प्रसाद, जे०, जुह्र० फिजि०, खिम०, 1990 (प्रेषित)

15 प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरु, 1978, **44(3)**, 117.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

कीट वृद्धि अवरोधक पेन्फ्लूरॉन का सूँडी सेवन विधि द्वारा यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल कीट पर बांझपन तथा जनन क्षमता का प्रभाव

मो० मकसूद खाँ

कीट विज्ञान विभाग, कुलभास्कर आश्रम डिग्री कालेज, इलाहाबाद

[प्राप्त—अगस्त 21, 1990]

सारांश

जब यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल कीट की पूर्णविकसित सूँडी की विभिन्न मात्रा के पेन्फ्लूरान घोलों द्वारा उपचारित की हुई पत्तियाँ खिलाई जाती हैं तब यह पाया गया कि 001 तथा 0.1 प्रतिशत द्वारा उपचारित कीट शत-प्रतिशत मर जाते हैं। 0.0001 प्रतिशत घोल में 75.82 प्रतिशत कीट नपुंसक हो जाते हैं और 66 प्रतिशत अण्डों में कमी हो जाती है। इसी प्रकार 0.000001 प्रतिशत घोल द्वारा उपचारित कीटों में 4.42 प्रतिशत में शुद्ध नपुंसकता पायी गयी। इसकी परीक्षा नर तथा मादा दोनों को उपचारित करके उनमें मैथुन कराकर की गई।

Abstract

Sterility and fecundity effect of penfluron (insect growth inhibitor) **against** *Euproctis icilia* Stoll. *By* M. Maqsood Khan, K. A. Degree College, Allahabad.

The last instar larvae of *Euproctis icilia* Stoll were fed on leaves treated with different concentrations of penfluron. Complete larval mortality was recorded at higher (0.01 and 0.1 per cent) concentrations and insect which servive on sub-lethal dosage also become sterile. A considerable sterility and reduction in oviposition (75.82 and 66.0 per cent respectively) was recorded at 0.001 per cent level when treated males and females were crossed together. The sterility effect was more pronounced on males than females. Out of the different pairing procedures, the treated males and

females pairing produced maximum control over reproduction and reduction in fecundity. Minimum net sterility and reduction in oviposition was recorded 2.58 and 12.53 per cent respectively when treated females were mated with normal males at 0.000001 per cent level of concentration.

यूप्रोक्टिस इसीलिया को मुख्यतः 'हेयरी केटरपिलर' कहते हैं। यह लेपीडाप्टेरा वर्ग का कीट है जो लारेन्थस, अरंडी तथा अलसी में मुख्यतया पाया जाता है। इन सभी फसलों को इस कीट द्वारा अधिक हानि होती है। इसके अतिरिक्त पूरे भारत में यह विभिन्न प्रकार के फलों को भी हानि पहुँचाता है।

कीट वृद्धि अवरोधक (I. G. I.) वे रसायन हैं जो प्रारम्भिक अवस्था के कीटों को पूर्णतया मार देते हैं और जीवित बचे कीटों में अनियमितताएँ पैदा कर देते हैं जिनसे उनके आकार बिगड़ जाते हैं और मुख्यांग कमजोर हो जाते हैं जिससे न तो वे बढ़ पाते हैं न ही ठीक से भोजन कर कर पाते हैं[1,2]। चट्टोराज तथा द्विवेदी[3] ने पेन्फ्लूरान द्वारा मारण दर तथा नपुंसकता का सफल परीक्षण किया। खान तथा श्रीवास्तव[4] ने भी इसी वर्ग के दूसरे रसायन ट्राइएजीन की यूप्रोक्टिस इसीलिया पर नपुंसकता तथा मारक क्षमता का अध्ययन किया।

प्रयोगात्मक

यूप्रोक्टिस इसीलिया (Euproctis Ecilia Stall, Lepidoptera, Lymantridae) की सूँड़ी (Larvae) को अरण्डी (Ricinus communis L.) के पत्तों पर प्रयोगशाला में 27±2°C पर पाला गया। पूर्ण विकसित लार्वों (Fifth instar) को प्रयोग के लिये अलग कर लिया गया। सूँडी सेवन प्रयोग (Larval feeding treatment) के लिये अरण्डी की स्वच्छ ताजी पत्तियों को 1″×1″ के टुकड़ों में काट कर प्रत्येक 20 पत्तियों को विभिन्न मात्रा के पेन्फ्लूरान 2, 6-difluoro-N-[[[4-(trifluromethyl) Phenyl] amino] carbonyl] benzamide) घोल में डुबाकर सुखा लिया गया और प्रत्येक मात्रा के घोल की पत्तियों को अलग-अलग जार में रखकर प्रत्येक जार में 10 पूर्ण विकसित सूँडियाँ छोड़ दी गयीं। इन्हें 24 घन्टे के लिये पत्तियाँ खाने दिया गया। 24 घन्टे के बाद बची हुई पत्तियों को हटाकर उन सूँडियों को प्रतिदिन ताजी पत्तियाँ दी जाती रहीं और प्रत्येक 24 घन्टे पर परिणाम देखे गये। सूँडियों में हुए विकास या मरने वाली सूँडी को अंकित किया गया और प्यूपा बन जाने वाली सूँडी को प्रौढ़ बनने के लिए रख दिया। इस प्रकार के प्रयोग को प्रत्येक मात्रा के घोल में पाँच-पाँच बार दोहराया गया।

उपचारित प्यूपा से प्रौढ़ निकलने पर नर तथा मादा को तुरन्त ही अलग कर दिया गया। प्रत्येक प्रयोग में उपचारित नर को उपचारित मादा (TM×TF), उपचारित नर को अनुपचारित मादा (TM×NF) तथा अनुपचारित नर को उपचारित मादा (NM×TF) विधि द्वारा मैथुन कराया गया। इनसे प्राप्त अण्डों का भी अध्ययन किया गया। सभी अण्डों को गिनकर अण्डा देने की क्षमता ज्ञात की

सारणी 1

यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल के पूर्ण विकसित लार्वों पर सेवन-विधि द्वारा पेन्फ्लूरान का नपुंसकता तथा जनन क्षमता पर प्रभाव

सान्द्रता प्रतिशत	लिंग/संकरण	प्रति मादा द्वारा दिये गये अंडों की औसत संख्या	प्रति मादा से फूटने वाले अंडे	नपुंसकता प्रतिशत	शुद्ध नपुंसकता प्रतिशत	जनन क्षमता में कमी प्रतिशत	प्रजनन के ऊपर कन्ट्रोल प्रतिशत
0.000001	TM×TF	64.5±3.1	60.0±2.7	6.97	4.42	14.0	17.8
	TM×NF	58.0±2.2	51.5±2.3	11.2	8.77	22.66	29.45
	NF×TF	65.6±2.1	62.5±1.8	5.18	2.58	12.53	14.38
0.00001	TM×TF	43.5±3.2	35.3±2.1	19.54	17.34	42.0	52.05
	TM×NF	44.0±4.0	37.3±3.1	15.22	12.9	41.33	48.09
	NM×TF	51.0±2.2	44.5±2.8	12.74	10.35	32.0	39.04
0.0001	TM×TF	39.0±3.4	28.5±2.7	26.92	24.92	48.0	60.95
	TM×NF	35.0±2.1	30.0±2.1	15.49	13.18	52·66	59.9
	NM×TF	49.0±1.9	40.0±1.3	18.36	16.12	34.66	45.2
0.001	TM×TF	25.5±4.1	5.0±3,9	76.47	75.82	66.0	93.15
	TM×NF	27.0±2.8	9.5±2.8	64.81	63.38	64.0	86.98
	TM×TF	28.0±3.1	13.3±2.6	52.5	51.17	62.66	81.78
नियंत्रण	NM×NF	75.0±3.0	73.0±2.6	2.66	—	—	—

शुद्ध नपुंसकता=सान्द्रता उपचार = 1 प्रतिशत स्तर पर सार्थक : C. D.=17.11

मैथुन द्वारा उपचार = निरर्थक

TM=उपचारित नर TF = उपचारिता मादा, NM=सामान्य (अनुपचारित) नर,

NF=सामान्य मादा ।

गई। अण्डों से लार्वा नहीं निकलने पर उनकी गिनती की गई और जितने अण्डों से लार्वा नहीं निकलते उसको भी गिनकर नपुंसकता के प्रभाव का ज्ञात किया गया। इस प्रकार प्रयोग की शुद्ध नपुंसकता प्रतिशत को एबाट[5] के सूत्र द्वारा निकाला गया। कन्ट्रोल मादा द्वारा दी जाने वाले अण्डों की संख्या से अण्डों में कमी की क्षमता (जनन क्षमता) का प्रतिशत (Fecundity percent) निकाला। इन दोनों का मिला-जुला प्रभाव देखने के लिए चैम्बरलेन सूत्र[6] का प्रयोग किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 के आँकड़ों से विदित होता है कि जब 0.001 प्रतिशत के घोल द्वारा उपचारित नर तथा मादा को एकसाथ मैथुन कराया जाता है तब सबसे अधिक बाँझपन 75.82 प्रतिशत तथा सबसे अधिक अण्डा देने की क्षमता में कमी 66 प्रतिशत तक पायी गयी। इसी प्रकार सबसे कम बाँझपन 2.58 प्रतिशत तब पाया गया जब 0.000001 प्रतिशत घोल द्वारा उपचारित मादा को सामान्य नर से सम्भोग कराया गया। इसी जोड़े में सबसे कम 12.53 प्रतिशत शुद्ध जनन क्षमता के कमी पायी गयी।

मुख्यतया इस रसायन का प्रभाव नर कीट पर अधिक पाया गया। जब उपचारित नर को उपचारित मादा या उपचारित नर को सामान्य मादा से मैथुन कराते है तब अधिक प्रभावशाली परिणाम प्राप्त हुए हैं और साथ ही यह भी पाया गया कि घोल में रसायन की मात्रा जैसे-जैसे बढ़ाते हैं वैसे-वैसे अण्डों की संख्या कम होती जाती है और नपुंसकता भी बढ़ती जाती है।

इसी प्रकार का एक परिणाम चट्टोराज तथा द्विवेदी[3] ने प्राप्त किया है। उनके द्वारा जब पेन्फ्लूरान के 0.0045 μg द्वारा उपचारित एम० लिटुरा (S. litura) के नर तथा मादा को आपस में मैथुन करा गया है तब शत-प्रतिशत बाँझपन पाया। मिटचेल इत्यादि[7] ने भी एन्थोनोमस ग्रैंडिस (Anthonomus grandis Boheman) कीट को डाइफ्लुबेन्जुरान के 100 ppm द्वारा उपचारित करके पूर्ण बाँझ बना दिया। खान तथा श्रीवास्तव[8] ने भी पेन्फ्लूरान के विषैलेपन, वृद्धि अवरोधक, नपुंसकता तथा प्रजनन-क्षमता का अध्ययन किया और 0.001 प्रतिशत घोल पर शत प्रतिशत नपुंसकता प्राप्त की। इसी प्रकार का परिणाम प्रस्तुत शोध में भी पाया गया।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि कीट वृद्धि अवरोधक पेन्फ्लूरान एक ऐसा रसायन है जिसे सफलतापूर्वक फसल-सुरक्षा के लिए उपयोग में लाया जा सकता हैं क्योंकि यही एक ऐसा बहुगुणीय रसायन है जिसमें सामान्य रूप से प्रयोग होने वाले कीटनाशकों की अपेक्षा अधिक सुरक्षा भी है और नपुंसकता पैदा करके कीटों की जनन-शक्ति को पीढ़ी दर पीढ़ी कम कर देता है।

निर्देश

1. ग्रासकर्ट ए० सी०, *Pestic. Sci.* 1978, 2, 373-386.
2. रादवान, एच० एस० ए०, एल्थर अबो, आसल ओ० एम०, रिजकल्ला, एम० आर० तथा अहमद, एम० टी०, *J. Insect Physiol.* 1986, **32**, 103-107.

3. चट्टोराज, ए० एन० तथा द्विवेदी, एस०, *Comp. Physiol.Ecal.*, 1980, **5**(4), 310-313.

4. खान, एम० एम० तथा श्रीवास्तव, बी० बी० एल०, *Annals Agric. Sci. Egypt* 1989, **34**(2), 1215-1226.

5. एबाट, डब्लू० एस०, *J. Eco. Ent.*, 1925, **18**, 265-267.

6. चैम्बरलेन, डब्लू० एफ०, *J. Eco. Ent.* 1962, **55**, 240-248

7. मिटचेल, ई० बी०, मर्केला, एम० ई०, डेविच, टी० बी० तथा ब्राउन ,एम० ए०, *J. Eco. Ent.* 1983, **76**, 294-297.

8. खान, एम० एम० तथा श्रीवास्तव, बी० बी० एल०, *Annals. Agric. Sci. Egypt.* 1988, **33**(1), 573-585.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

फूरियर श्रेणी के (N, pn) माध्य द्वारा फलन का सन्निकटन

कु० प्रीति पीपलीवाल तथा अर्चना ब्यौहार
गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

सारांश

इस प्रपत्र में हमने फूरिये श्रेणी के (N, p_n) माध्य द्वारा फलन के सन्निकटन पर एक प्रमेय स्थापित किया है।

Abstract

Approximation of a function by (N, pn) means of Fourier series. *By* Km. Priti Pipliwal and Archana Beohar, School of Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain (M. P.).

In this paper we establish a result on the approximation of function by (N, p_n) mean of its Fourier series.

1. माना कि Σa_n दी हुई अनन्त श्रेणी है, जिसके आंशिक योगफलों का अनुक्रम $\{S_n\}$ है।

माना कि $\{p_n\}$ वास्तविक अथवा मिश्र चरों का अनुक्रम है तो

$$P_n = p_0 + p_1 + p_2 + \cdots + p_n, \; P_n \neq 0$$

अनुक्रम से अनुक्रम में रूपांतर

$$t_n = \frac{1}{P_n} \sum_{v=0}^{n} p_{n-v} S_v \; (P_n \neq 0)$$

$$= \frac{1}{P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v S_{n-v} \tag{1.1}$$

में अनुक्रम $\{t_n\}$ परिभाषित है जो कि अनुक्रम $\{p_n\}$ द्वारा उत्पन्न अनुक्रम $\{S_n\}$ का नालु ण्ड माध्य है। यदि

$$\lim_{n\to\infty} t_n=S$$

हम लिखते हैं

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n=S(N, p_n)$$

या

$$S_n \to S(N, p_n)$$

(1.1) द्वारा दर्शाये गये नालुंण्ड माध्य की नियमितता का प्रतिबन्ध निम्न प्रकार है :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{p_n}{P_n}=0 \tag{1.2}$$

2. माना कि फलन $f(t)$ आवर्ती फलन है जिसका आवर्त 2π है और अन्तराल $[-\pi, \pi]$ में लेबेस्ग रूप में समाकलनीय है। इस फलन से सम्बद्ध फूरिये श्रेणी है

$$f(x)\sim\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt+b_n \sin nt\equiv \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \tag{2.1}$$

जहाँ a_n, b_n $(n=1, 2, \cdots)$ $f(t)$ के फूरियर त्रिकोणमितीय गुणांक हैं।

3. हम लिखेंगे कि

$$\phi(t)=\phi(x, t)=f(x+t)+f(x-t)-2f(x)$$

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du$$

$$N_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin (n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t}$$

$$P\left(\frac{1}{t}\right)=P_\tau$$

$$p\left(\frac{1}{t}\right)=p_\tau \quad \text{जहाँ} \left[\frac{1}{t}\right]=\tau$$

सिद्दीकी[8] ने निम्नांकित प्रमेय सिद्ध किया है।

प्रमेय अ

यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{t}{\log 1/t}\right] \tag{3.1}$$

तब श्रेणी (2.1) बिन्दु $x=0$ पर (N) संकलनीय होती है।

इसी पर पती[4] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है :

प्रमेय ब

माना कि अनुक्रम $\{p_n\}$ वास्तविक, धनात्मक तथा अवर्धमान अनुक्रम है व $P_n \to \infty$ और $\log n=0\ (P_n),\ n \to \infty$ दर्शाता है नियमित नार्लुण्ड माध्य। अब यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{t}{P_\tau}\right] \text{ जब } t\to +O \tag{3.2}$$

तब फूरिये श्रेणी बिन्दु $t=x$ पर (N, p_n) संकलनीय होती हैं।

प्रस्तुत प्रपत्र में फूरिये श्रेणी के (N, p_n) माध्य द्वारा एक फलन के सन्निकटन का अध्ययन किया गया है। संक्षेप में हम निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध करेंगे :

प्रमेय

माना कि $g(t)$ और $\alpha(t)$ दो धनात्मक, अवर्धमान फलन हैं। तब यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{g(t)}{\alpha(P_\tau)}\right] \text{ जब } t\to +0 \tag{3.11}$$

इस प्रकार है कि,

$$\sum \frac{P_k\, g(1/k)}{\alpha(P_k)}=0\ (P_n)^\delta \quad \text{जहाँ } 0<\delta<1 \tag{3.12}$$

जहाँ $\{p_n\}$ वास्तविक, धनात्मक और अवर्धमान अनुक्रम है। हम निम्न को सिद्ध करेंगे

$$\int_0^\pi \phi(t)\, N_n(t)\, dt=0\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \quad \text{जहाँ } 0<\delta<1$$

$$=P_n^{-1} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{1}{2\pi} \int_0^t \phi(i) \frac{\sin(n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t} dt$$

$$=\int_0^{\pi} \phi(t) \left\{\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin (n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t}\right\} dt$$

$$=\int_0^{\pi} \phi(t)\, N_n(t)\, dt = I \text{ (मान लो)}$$

जहाँ

$$N_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin(n-v+\frac{1}{2})t}{\sin t/2}$$

प्रमेय को सिद्ध करने लिए हम दर्शायेंगे कि

$$\int_0^{\pi} \phi(t)\, N_n(t)\, dt = 0\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \qquad \text{जब } n\to\infty \text{ व } 0<\delta<1$$

हम $0<\delta<\pi$ के लिए लिख सकते हैं

$$\int_0^{\pi} \phi(t)\, N_n(t)\, dt$$

$$=\left[\int_0^{1/n} + \int_{1/n}^{\delta} + \int_{\delta}^{\pi}\right] \phi(t)\, N_n(t)\, dt$$

$$=I_1+I_2+I_3 \text{ (मान लो)} \qquad (4\cdot1)$$

अब प्रमेयिका 2 के उपयोग से

$$I_1 = O\left[n \int_0^{1/n} |\phi(t)|\, dt\right]$$

$$=O\left[n \,.\, \frac{g(1/n)}{\alpha(P_n)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right) \text{ संकल्पना (3.12) से} \qquad (4.2)$$

पुनः प्रमेयिका 3 के उपयोग से

$$I_2 = \int_{1/n}^{\delta} \phi(t)\, N_n(t)\, dt$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n} \int_{1/n}^{\delta} |\phi(t)| \frac{P_\tau}{t} dt\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\left(\phi(t)\ \frac{P_\tau}{1}\right)_{1/n}^{\delta}\ \right]+O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\phi(t)\ \frac{\bar{p}_\tau}{t^2}\,dt\right]$$

$$+O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\Phi(t)\ 1/t\ d\,P_\tau\ \right]$$

$$=I_{2\cdot1}+I_{2\cdot2}+I_{2\cdot3}\ \text{(मान लो)}$$

अब

$$I_{2\cdot1}=O\left[\frac{1}{P_n}\left(\ \Phi(t)\ \frac{P_\tau}{t}\right)_{1/n}^{\delta}\ \right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\cdot\frac{g(1/n)}{\alpha(P_n)}\cdot\frac{P_n}{1/n}\right)$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{n\,.\,g(1/n)}{\alpha(P_n)}\right)$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\right)\qquad \text{संकल्पना (3.12) द्वारा}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)\tag{4.3}$$

अब

$$I_{2\cdot2}=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\Phi(t)\frac{P_\tau}{t^2}\,dt\right]$$

$t=\frac{1}{4}$ रखने पर हमें प्राप्त होगा

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\ \Phi\left(\frac{1}{u}\right)P(u)\,du\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\int_{k}^{k+1}\ \Phi\left(\frac{1}{u}\right)P(u)\,du\right]$$

(तारकेश्वर सिंह की थिसिस द्वारा)

परन्तु

$$\int_{k}^{k+1}\Phi(1/u)\,P(u)\,du\leqslant\Phi(1/k)\,P_k$$

$$=O\left[P_k\frac{g(1/k)}{\alpha(P_k)}\right]$$

अत:

$$I_{2\cdot 2}=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{P_k\, g(1/k)}{\alpha(P_k)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\cdot(P_n)^{\delta}\right]$$ प्रतिबन्ध (3.13) से

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ जब $0<\delta<1$ (4.4)

अब

$$I_{2\cdot 3}=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\phi(t)\;\frac{dP_\tau}{t}\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\Phi(1/u)\,u\,dP(u)\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}kp_k\,\Phi(1/k)\right]$$ तारकेश्वर सिंह की थीसिस द्वारा

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{P_k\, g(1/k)}{\alpha(P_k)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\cdot(P_n)^{\delta}\right]$$ प्रतिबन्ध (3.12) से

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\,\frac{1}{P_n}\Big)^{1-\delta}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ (4.5)

(4.3), (4.4) और (4.5) के निष्कर्षों से हम पाते हैं कि

$$I_2=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ (4.6)

अन्त में

$$I_3=O\left[\int_{\delta}^{\pi}\phi(t)\,N_n(t)\,dt\right]$$

$$= O\left[\frac{1}{P_n}\int_{\delta}^{\pi} |\phi(t)| \frac{P_\tau}{t^2}\, dt\right] \text{ प्रमेयिका 3 द्वारा}$$

$$= O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$

जहाँ $0<\delta<1$ (4.7)

अब (4.2), (4.6) और (4.7) को संयुक्त करने पर हम पाते हैं कि

$$I = O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \text{ जब } 0<\delta<1$$

अतः प्रमेय की उपपत्ति सम्पन्न हुई।

कृतज्ञता-ज्ञापन

हम विक्रम विश्वविद्यालय के गणित प्राध्ययन केन्द्र के उपाचार्य डा० बी० के० ब्यौहार के आभारी हैं जिन्होंने इस प्रपत्र लेखन में मार्गदर्शन किया।

निर्देश

1. अस्ट्राचेन मेक्स, Duke Math. Jour. 1936, Vol. II, 543-568.
2. मैकफैडन, एल०, Duke Math. Jour., 1942, **9**, 168-207.
3. सिद्दीकी, जे० ए०, Proc. Indian Acad. Sci., 1948, **A28**, 527-31.
4. पती, टी०, Indian Jour. Math., 1961, **3**, 85-90.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

घरेलू वाहित मल-जल एवं अवमल की गुणवत्ता का अध्ययन

शिव गोपाल मिश्र तथा दिनेश मणि
शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान
इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—दिसम्बर 12, 1990]

सारांश

वाहित मल-जल के नमूने शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान के प्रयोगात्मक फार्म के निकट से बह रहे नगर महापालिका के नाले में से विभिन्न स्थानों से लिये गये। इस नाले में मुख्यत: घरेलू अपशिष्ट ही रहता है। इसी प्रकार अवमल के नमूने इसी नाले से एकत्रित किये गये। विश्लेषण के उपरान्त पाया गया कि वाहित मल-जल के अधिकांश नमूने उदासीन से हल्के क्षारीय प्रकृति के थे तथा इनकी विद्युत् चालकता 840 से 1920 dsm^{-1} थी। इन नमूनों की कुल कठोरता अपेक्षाकृत कम पायी गयी। कुल घुलनशील लवण की मात्रा 188.20 से 432.40 मिग्रा/ली० तक पायी गयी तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) 96.00 से 150.40 मिग्रा/ली० तक थी। इस प्रकार इन गुणों के आधार पर शीलाधर फार्म पर प्रयुक्त वाहित मल-जल बहुत बुरा नहीं कहा जा सकता किन्तु इन नमूनों में भारी धातुओं की सान्द्रता अनुमत सान्द्रण सीमा से अधिक होने के कारण ऐसे जल का सिंचाई हेतु प्रयोग सर्वथा अनुपयुक्त ही होगा। अवमल के साथ भी ऐसा ही है।

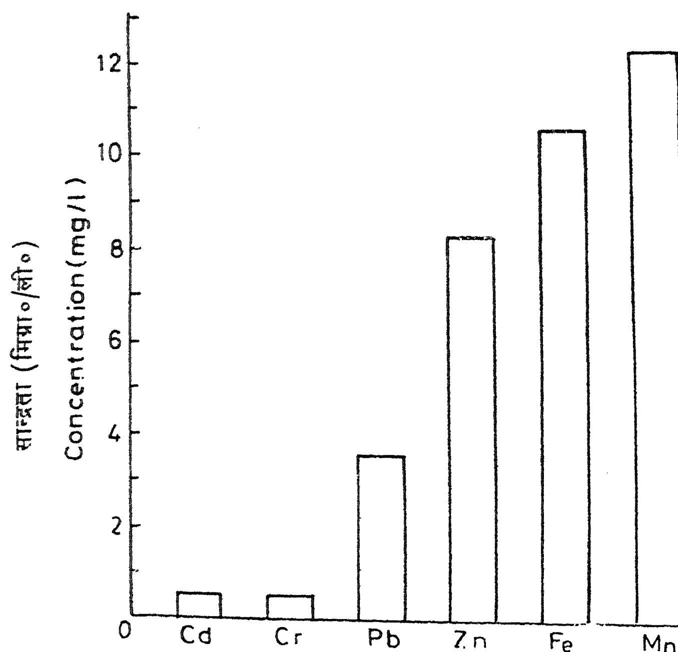
Abstract

Study of the quality of domestic sewage water and sludge. *By* S. G. Misra and Dinesh Mani, Sheila Dhar Institute of Soil Science, Allahabad University.

Sewage water samples were collected from points located upstream and downstream of domestic drains. Sludge samples were also collected from the same drains. On analysis, most of the sewage water samples were found to be of neutral to slightly alkaline nature and the electrical conductivity of these waters ranged from 840 to

1920 *dsm*$^{-1}$. Total hardness and alkalinity of the samples were low. The dissolved solids in these waters is very high (188.20-432.40 mg/lit), because domestic and city effluents which collect through open surface drains find their way into the city disposal system of Allahabad. Sewage waters at Sheila Dhar Institute (SDI) experimental farm had medium BOD_5, varying from 96.00-150.40 mg/lit. Thus on the basis of these characteristics, sewage waters of SDI experimental farm do not fall in very bad quality for irrigation purposes but due to the presence of some heavy metals (at concentrations more than permissible limits), it would not be appropriate to use such waters for irrigating the crops. Similar is the case with sludge.

वाहित मल-जल द्वारा सिंचाई करने से मिट्टी में विभिन्न भारी धातुओं यथा Cd, Cr, Pb, Zn, Fe, Mn आदि के सान्द्रण के बढ़ने की सम्भावना रहती है[1]। हालाँकि घरेलू वाहित मल-जल में इनकी मात्रा औद्योगिक वाहित मल-जल की तुलना में काफी कम होती है फिर भी भारी धातुओं के एकत्रित होने की प्रवृत्ति के कारण इनकी सान्द्रता बढ़ सकती है। भारी धातुओं की कुछ न कुछ मात्रा घरेलू वाहित मल-जल में भी उपस्थित रहती है[2]। कुछ भारी धातुयें पौधों के लिए विषैली होती हैं यथा—कैडमियम, लैड आदि।



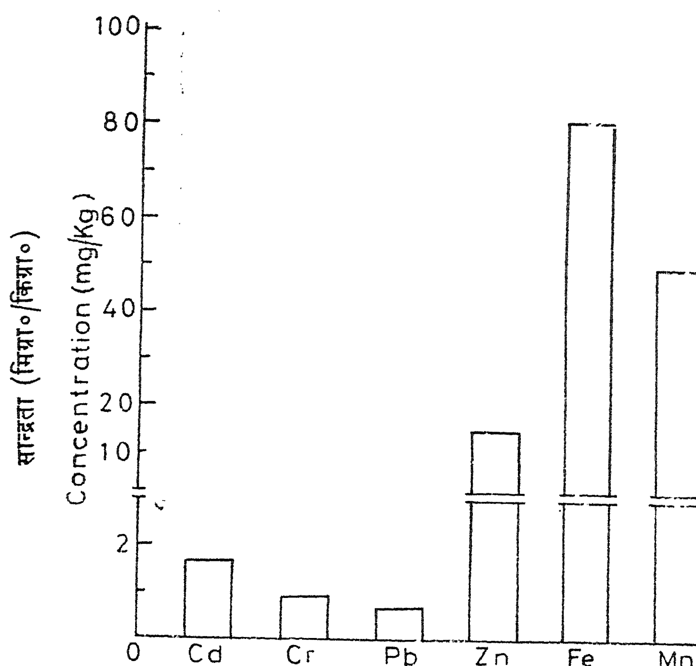
चित्र 1. वाहित मल-जल में भारी धातुओं की औसत सान्द्रता

भारी धातुओं के अतिरिक्त वाहित मल-जल में कुल घुलनशील लवणों की मात्रा, विद्युत् चालकता, जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग आदि गुण भी इसकी गुणवत्ता को निर्धारित करते हैं। इनके अधिक होने पर मिट्टी की संरचना पर प्रतिकूल प्रभाव पड़ता है और मिट्टी 'बीमार' पड़ सकती है।

हमारे द्वारा किये गये वाहित मल-जल के उपयोग सम्बन्धी प्रारम्भिक प्रयोगों से यह स्पष्ट हो चुका है कि ऐसे जल से सिंचाई करने पर मृदा प्रदूषण बढ़ सकता है जिससे पौधे विषैले तत्वों की अधिक मात्रा अवशोषित कर सकते हैं। फिर भी इस बार हमने वाहित मल-जल एवं अवमल के विभिन्न नमूनों का विश्लेषण करके वाहित मल-जल एवं अवमल से होने वाले मृदा प्रदूषण की विस्तृत विवेचना प्रस्तुत की है।

प्रयोगात्मक

वाहित मल-जल के दस नमूने शीलाधर मृदा-विज्ञान संस्थान के प्रयोगात्मक फार्म के निकट से बह रहे नगर महापालिका के नाले से विभिन्न स्थानों से लिये गये। इस नाले में मुख्यतः घरेलू अपशिष्ट ही रहता है। अवमल के चार नमूने भी इसी तरह नाले से एकत्रित किये गये। इस फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल के भौतिक-रासायनिक गुणधर्म सारणी 1 में दिये गये हैं। कुल घुलनशील लवण तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग सम्बन्धी परिणाम सारणी 2 में दर्शाये गये हैं। ये विश्लेषण मैनिवासकम द्वारा[3] वर्णित विधियों द्वारा किये गये हैं।



चित्र 2. अवमल में भारी धातुओं की औसत सान्द्रता (डी. टी. पी ए. निष्कर्षित)

भारी धातुओं के विश्लेषण के लिए एटॉमिक एब्जार्प्शन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर (PYE UNICAM SP 2900 Coupled with SP-9 computer) की सहायता ली गयी। वाहित मल-जल या अवमल में

कुल मात्रा ज्ञात करने के लिए शुष्क किये गये नमूनों को डाइ-एसिड मिश्रण द्वारा निष्कर्षित किया गया तथा अवमल में उपलब्ध मात्रा ज्ञात करने के लिए डी० टी० पी० ए० द्वारा निष्कर्षण किया गया। वाहित मल-जल में भारी धातुओं की सान्द्रता सम्बन्धी परिणाम सारणी 3 तथा अवमल में भारी धातुओं की सान्द्रता सम्बन्धी परिणाम सारणी 4 में अंकित हैं।

परिणाम तथा विवेचना

विभिन्न परिणामों का विवरण इस प्रकार है—

सारणी 1

शीलाधर प्रयोगात्मक फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल के भौतिक-रासायनिक गुण

गुण	मान
पी-एच० (pH)	7.1—7.6
विद्युत् चालकता (EC d Sm^{-1})	840—1920
कुल ठोस पदार्थ (मिग्रा/ली०)	188—432
कुल कठोरता (मिग्रा/ली०)	180—220
क्षारीयता (मिग्रा/ली०)	130—240
क्लोराइड (मिग्रा/ली०)	15.0—32.0
कुल नाइट्रोजन (मिग्रा/ली०)	2.25—6.75
नाइट्रेट नाइट्रोजन (मिग्रा/ली०)	0.02—0.075
फास्फेट (मिग्रा/ली०)	0.05—1.4
सल्फेट (मिग्रा/ली०)	4.60—12.0

सारणी 1 से स्पष्ट है कि वाहित मल-जल की प्रकृति उदासीन से हल्की क्षारीय है। इसकी विद्युत् चालकता 840 से 1920 dSm^{-1} है। सारणी 2 को देखने पर पता चलता है कि इन नमूनों में कुल घुलनशील लवण की मात्रा 188.20 से 432.40 मिग्रा/ली० तक है तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) 96.00 से 150.40 मिग्रा/ली० तक है। इस प्रकार इन गुणों के आधार पर शीलाधर फार्म पर प्रयुक्त वाहित मल-जल बहुत बुरा नहीं कहा जा सकता।

सारणी 2

शीलाधर प्रयोगात्मक फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल में कुल घुलनशील ठोस पदार्थ (TDS) तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) का स्तर

क्रम सं०	पी-एच०	कुल घुलनशील लवण (मिग्रा/ली०)	BOD_5 20°C पर (मिग्रा/ली०)
1.	7.1	270.80	106.20
2.	7.2	432.40	96.00
3.	7.6	388.20	120.30
4.	7.2	376.30	98.40
5.	7.5	392.40	115.70
6	7.3	188.20	98.60
7.	7.1	320.60	150.40
8.	7.3	196.20	103.10
9.	7.1	395.80	116.00
10.	7.2	402.30	115.20
माध्य	7.2	336.32	111.99

सारणी 3

शीलाधर फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल में भारी धातुओं की सान्द्रता

	भारी धातुओं की सान्द्रता (पी० पी० एम० में)					
नमूना संख्या	Cd	Cr	Pb	Zn	Fe	Mn
1	0.60	0.28	5.00	10.00	12.00	10.60
2	0.85	0.70	8.00	8.00	11.50	13.60
3	0.26	0.55	2.60	9.50	10.80	12.80
4	0.45	0.60	0.70	5.80	8.00	11.30
माध्य	0.54	0.58	3.52	8.32	10.57	12.12

सारणी 3 में वाहित मल-जल में उपस्थित भारी धातुओं की सान्द्रता दर्शायी गयी है जबकि सारणी 4 में अवमल में उपस्थित भारी धातुओं की सान्द्रता दिखायी गयी है ।

कैडमियम : वाहित मल-जल में कैडमियम की सान्द्रता 0.26 से 0.85 मिग्रा/ली० तक पायी गयी । FAO [4] के अनुसार सिंचाई जल में कैडमियम की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.01 मिग्रा/ली० है । इस प्रकार कैडमियम की मात्रा के आधार पर यह वाहित मल-जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त है ।

क्रोमियम : क्रोमियम की मात्रा 0.28 से 0.70 मिग्रा/ली० तक पायी गयी । FAO (1985) के अनुसार सिंचाई जल में क्रोमियम की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.10 मिग्रा/ली० है । इस प्रकार क्रोमियम की मात्रा के आधार पर भी यह वाहित मल-जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त है ।

लेड : प्रस्तुत अध्ययन में वाहित मल-जल में लेड की सान्द्रता 0.70 से 5.80 मिग्रा/ली० तक पायी गयी जबकि FAO के अनुसार सिंचाई जल में लेड की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 5 मिग्रा/ली० है । इस प्रकार लैड की मात्रा के आधार पर वाहित मल-जल सिंचाई के लिए प्रयोग करने पर उचित सावधानी बरतने की आवश्यकता है ।

जिंक : जिंक की सान्द्रता 5.80 से 10.00 मिग्रा/ली० तक पायी गयी । ऐसा वाहित मल-जल घरेलू होने के कारण था । बॉउवर तथा चने[5] के अनुसार अधिकतम जिंक की सीमा (दीर्घ-कालीन सिंचाई उद्देश्य के लिए) 2 मिग्रा/ली० है । इस प्रकार यह जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त ही कहा जायेगा ।

आयरन : वाहित मल-जल में आयरन की मात्रा 8.00 से 12.00 मिग्रा/ली० तक पायी गयी । FAO[4] तथा Nat. Acad. of Sciences[6] के अनुसार सिंचाई जल में आयरन की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 5 मिग्रा/ली० है । इस प्रकार आयरन की मात्रा के आधार पर भी यह जल सिंचाई के लिए उपयोगी नहीं है ।

मैंगनीज : वाहित मल-जल में मैंगनीज की मात्रा 10.60 से 13.60 मिग्रा/ली० तक पायी गयी । इसकी अधिक मात्रा पौधों में विषाक्तता के लिए उत्तरदायी है । प्राट[7] के अनुसार इसकी अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.2 मिग्रा/ली० है ।

इस प्रकार शीलाधर फार्म पर सिंचाई के लिए प्रयुक्त वाहित मल-जल असन्तोषजनक स्थिति उत्पन्न कर सकता है । अतः इसे उचित उपचार के बाद ही इसे सिंचाई हेतु प्रयोग किया जाना चाहिए ।

सारणी 4

शीलाधर फार्म पर उपलब्ध अवमल के विभिन्न नमूनों में भारी धातुओं की सान्द्रता (पी० पी० एम० में)

नमूना	Cd		Cr		Pb		Zn		Fe		Mn	
		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.
संख्या	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित
1	22	1.47	14	0.86	30	0.60	110	12.80	300	82.00	290	48.20
2	24	1.62	16	0.88	29	0.58	188	16.20	320	82.60	282	46.00
3	20	1.39	18	0.94	32	0.70	175	12.00	310	80.00	298	50.40
4	28	1.89	15	0.87	36	0.78	196	18.40	318	81.50	296	52.20
माध्य	23.50	1.57	15.75	0.88	31.75	0.66	184.75	14.80	312	81.50	291.50	49.20

सारणी 4 से स्पष्ट है कि भारी धातुओं की कुल सान्द्रता, डी० टी० पी० ए० निष्कर्षित सान्द्रता की तुलना में काफी अधिक है ।

निर्देश

1. मिश्रा, एम० जी०, श्रीवास्तव, सी० पी० तथा दिनेश मणि, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1988, **4**, 185-89.

2. क्लेइन, एल० ए०, लैंग, एम०, नाश, एन० तथा किर्सचर, एस० एल०, J. Water Pollut. Control Fed., 1974, **46**, 1563-1662.

3. मैनिवासकम, एन०, Physico-Chemical examination of water, sewage and industrial effluent, Pragati Prakashan, Meerut, 1985.

4. F A O Regional Seminar on the treatment and use of Sewage effluent for irrigation, Nicosia Cyprus, 7-9 Oct. 1985.

5. बांडवर, एच० तथा चने, आर० एन०, Land treatment of waste water. Adv. Agron, 1974, **26**, 133-176.

6. नेशनल एकेडमी ऑफ साइंसेज-नेशनल एकेडमी ऑफ इन्जीनियरिंग, 1973. Water quality criteria 1972 : A report of the Committee on water quality criteria, P. 232-253. EPA-R_3- 73-033, U. S. Environment Protection Agency Washington, D. C.

7. प्राट, पी० एफ०, Quality criteria for trace elements in irrigation waters. 1972 University of California Experiment Station, Riverside, California.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

पिपरैजीन तथा ऐरिल आक्सी ऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के बिस ऐमाइडों का संश्लेषण तथा उनकी जैव सक्रियता

जे० एस० चौहान, जया चौहान तथा सन्तोष कुमार
रसायन विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—दिसम्बर 20, 1989]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में ऐरिलआक्सी ऐल्केन कार्बोक्सिलक अम्लों के पिपरैजीन ऐमाइडों के संश्लेषण एवं उनकी जैव सक्रियताओं की सूचना दी गई है।

Abstract

Synthesis of bis amides of piperazine and aryloxyalkane carboxylic acids and their biological activity [Synthesis of N[1], N[4]-bis-[2-(methyl/methoxy phenoxy) acetyl] piperazine. *By* J. S. Chauhan, Jaya Chauhan and Santosh Kumar, Department of Chemistry, University of Allahabad, Allahabad.

The present paper deals with the synthesis of piperazine amides of aryloxyalkane carboxylic acids and reports their pharmacological and physiological activities.

पिपरैजीन के एक तथा द्विप्रतिस्थापित व्युत्पन्न केन्द्रीय तन्त्रिका तन्त्र पर अपने प्रभाव के लिए तथा शाकनाशियों के रूप में प्रयुक्त होते रहे हैं। प्रस्तुत प्रपत्र में ऐरिल आक्सीऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के पिपरैजीन ऐमाइडों का संश्लेषण करके उनकी जैव सक्रियता देखी गयी है।

प्रयोगात्मक

मेथिल तथा मेथाक्सीफीनोलों के सोडियम लवणों को सोडियम क्लोरोऐसीटेट के साथ संघनित करके उपयुक्त अम्ल तैयार किये गये।[1, 2] ऐरिल आक्सीऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्ल तथा पिपरैजीन को क्लोरोफार्म में 2:1 आणविक अनुपात में लिया गया। इसमें डाइसाइक्लोहेक्सिल कार्बोडाइइमाइड

प्राप्ति

=56.76%

प्राप्त संघटन

C=63.72% H=6.22% N=6.70%

वांछित

C=63.77% H=6.28% N=6.76%

i. r. स्पेक्ट्रम

ν_{Max}^{KBr} Cm^{-1} 3100, 2920, 2860, 1630, 1580, 1570, 1530, 1450, 1435, 1350, 1250, 1050, 900, 660.

p. m. r. स्पेक्ट्रम

$COCl_3$ 90 MHz$-\delta$ 1.2$-$2(m, 8H, piperazine protons), 3.0(S, 6H, Me′), 3.81(S, 4H, $-CH_2$), 6.86(S, 8H. Benzene protons).

द्रव्यमान स्पेक्ट्रम

m/e=414

यौगिक D

$R_1=R_2=H$, $R_3=OMe$, $R_1=R_5=H$

गलनांक

=117$-$19°C

प्राप्ति

=58.7%

प्राप्त संघटन

C=63.72%, H=6.22%, N=6.72%

वांछित

C=63.77%, H=6.28%, N=6.76%

i. r. स्पेक्ट्रम

ν_{Max}^{KBr} Cm^{-1} 3100, 2950, 2900, 1665, 1610, 1530, 1520, 1460, 1395, 1358, 1240, 1062, 1038, 838—775, 670.

p. m. r. स्पेक्ट्रम

$COCl_3$, 90 MHz$-\delta$ 1$-$2(m, 8H, piprazine protons), 3.65(S, 6H, OMe), 4.6(S, 4H, $-CH_2-$), 6.72(S, 8H, benzene protons).

द्रव्यमान स्पेक्ट्रम

m/e=414

परिणाम तथा विवेचना

देहकार्यिकी गुणधर्म

पालक की बनारसी किस्म पर यौगिक A तथा B की परीक्षण की गई तो अंकुरण तो घटा ही, साथ ही पौधों की ऊँचाई तथा भार भी घटा। इस तरह ये ऐमाइड शाकनाशी प्रकृति वाले हैं।

भेषजगुण विज्ञानीय सक्रियता

यौगिक A तथा B का LD_{50} मान 1000 मिग्राम/किग्राम है जबकि C तथा D का LD_{50} क्रमशः 825 मिग्राम/किग्राम तथा 681 मिग्राम/किग्राम है। सभी यौगिकों में केन्द्रीय तन्त्रिका तन्त्र पर उत्तेजक गुण पाया गया (Resp ↑, React ↑, D=0/5)। शोथ प्रतिरोधी (I) तथा ऐलर्जी प्रतिरोधी (II) गुण सारणी में अंकित हैं।

सारणी 1

यौगिक	LD_{50} मात्रा का 1/5	
	I	II
A	12	64
B	—	59
C	—	56
D	—	66

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकों में से (जया चौहान) आर्थिक सहायता के लिए सी० एस० आई० आर०, नई दिल्ली के प्रति कृतज्ञता प्रकट करती है।

निर्देश

1. कोएल्श, फ्रेडरिक, J. Amer. Chem. Soc., 1931, 53, 304.
2. किम, J. Pr. Chem., 1897, 55, 133-122 (11)·

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

अवमल का मसूरी राक फास्फेट के साथ शलजम की फसल पर प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा सुनील दत्त तिवारी

शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान, इलाहाबाद विश्वविद्यालय

[प्राप्त—दिसम्बर 16, 1990]

सारांश

यह प्रयोग शलजम की फसल पर वाहित अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रभाव अध्ययन करने के लिए किया गया। अवमल की दो मात्राओं (30 टन और 50 टन प्रति हेक्टेयर) के साथ मसूरी राक फास्फेट की भी दो अलग-अलग मात्राओं (300 किग्राम और 500 किग्राम प्रति हेक्टेयर) का प्रयोग शलजम की फसल पर किया गया। 50 दिन बाद शलजम का जैव भार ज्ञात किया गया। यह पाया गया कि जहाँ पर केवल अवमल का प्रयोग हुआ है वहाँ पर जैव भार में कमी आई किन्तु जहाँ पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग किया गया है वहाँ पर जैव भार में पर्याप्त वृद्धि हुई है। इस जैव भार (जड़ एवम् तना) का विश्लेषण करने पर यह पाया गया कि जहाँ पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग किया गया है वहाँ पर भारी धातुओं का अवशोषण कम हुआ है परन्तु अकेले अवमल के प्रयोग से भारी धातुओं के अवशोषण में वृद्धि पायी गयी।

Abstract

Effect of sludge application along with Mussoorie Rock Phosphate. *By* S. G. Misra and Sunil Dutt Tiwari, Sheila Dhar Institute of Soil Science, Uhiversity of Allahabad.

A field trial was conducted to study the effect of sludge along with Mussoorie Rock Phosphate on a tuber crop (turnip). Two doses of sludge (30 tons and 50 tons /ha.) and two doses of Mussoorie Rock Phosphate (300 kg and 500 kg/ha.) were used. The biomass was recorded after 50 days. It was observed that the biomass obtained from sludge alone is less than the biomass obtained from the use of sludge in combination with Mussoorie Rock Phosphate. In addition, a reduced uptake of

heavy metals was observed where sludge was used in combination with Mussoorie Rock Phosphate, but with sludge alone, an increased uptake of heavy metals by turnip crop was noted.

यह सुविदित है कि मिट्टी में वाहित मलजल और अवमल के प्रयोग द्वारा पौधों को पर्याप्त मात्रा में NPK जैसे उर्वरक तत्व उपलब्ध होते हैं। परन्तु आधुनिक शोधों द्वारा स्पष्ट हो चुका है कि इन दोनों में भारी धातुएं भी जैसे कैडमियम (Cd), क्रोमियम (Cr), जिंक (Zn) आदि पायी जाती हैं और यदि ये धातुएँ सहनशील मात्रा से अधिक होती हैं तो फसलों को हानि पहुँचाती हैं। कैडमियम तथा क्रोमियम की सहनशील मात्राएँ 5 तथा 100 पी० पी० एम० बतलायी गयी हैं।[1] बेट्स[2], कनिंघम तथा साथियों[3] के अनुसार तत्वों के विषाक्त स्तर और उनकी अन्योन्य क्रियाओं के कारण फसलों की उपज में कमी आती है। अतः अवमल के गुणों को पौधों के लिए निश्चित करने की आवश्यकता है। प्रस्तुत अध्ययन द्वारा मिट्टी में अवमल तथा इस अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट मिलाकर इनका शलजम की फसल पर प्रभाव देखा गया है।

प्रयोगात्मक

शलजम की फसल पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग करके इनके प्रभाव को ज्ञात करने हेतु शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान में एक प्रक्षेत्र प्रयोग किया गया। अवमल (सूखा) 30 टन और 50 टन प्रति हेक्टेयर की दर से डाला गया। मसूरी रॉक फास्फेट की मात्रा 300 किलोग्राम तथा 500 किलोग्राम प्रति हेक्टेयर थी। इसमें 19.025% P_2O_5 की मात्रा थी। अवमल की मात्राओं का प्रयोग यादृच्छिक विधि से अकेले और मसूरी रॉक फास्फेट के साथ किया गया। शलजम की फसल कुल 27 प्लाटों (प्रत्येक 1 वर्गमीटर) में बोई गयी। शलजम की बीज दर 4 किग्रा० प्रति हेक्टेयर रखी गयी और सिंचाई साधारण जल से की गयी। 50 दिनों के बाद जैव भार (जड़ एवम् तना) ज्ञात किया गया। शुष्क जैव भार में Fe, Cd, Cr की मात्राएँ AAS (Atomic Absorption Spectrophotometer) विधि द्वारा ज्ञात की गयीं। प्राप्त परिणाम सारणी 1, 2 और 3 में अंकित हैं।

प्रयुक्त अवमल का भी विश्लेषण भारी धातुओं के लिए किया गया। इसमें कार्बन 1.325%, आयरन (Fe) 210.7 ppm, कैडमियम (Cd) 47.02 ppm और क्रोमियम (Cr) 3.57 ppm पाया गया।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 से स्पष्ट है कि जब अवमल का प्रयोग अकेले किया गया तो जैवभाव में कमी पायी गयी। बोसवेल[4] को भी इसी तरह के परिणाम प्राप्त हुए। परन्तु जब अवमल के साथ मसूरी रॉक फास्फेट का प्रयोग किया गया तो जैव भार में वद्धि हुई। अवमल के साथ रॉक फास्फेट की बढ़ती मात्रा से जैव भार में क्रमशः वृद्धि हुई है।

सारणी 1

उपचार/वर्ग मीटर	जैव भार/वर्ग मीटर	
	जड़ (ग्राम)	तना (ग्राम)
नियन्त्रण	200	500
3 किग्रा॰ अवमल	360	640
3 किग्रा॰ अवमल+30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	480	520
3 किग्रा॰ अवमल+50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	510	525
5 किग्राम अवमल	600	500
5 किग्रा॰ अवमल+30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	800	700
5 किग्रा॰ अवमल+50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	840	720
30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	260	590
50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	300	650

म॰ रा॰ फा॰=मसूरी राक फास्फेट

सारणी 2

शलजम की जड़ों द्वारा अवशोषित भारी धातुओं की मात्रा

उपचार/वर्ग मीटर	भारी धातुएँ		
	Cd(ppm)	Fe(ppm)	Cr(ppm)
नियन्त्रण	2.23	36.49	00
3 किग्रा अवमल	32.32	118.4	7.15
3 किग्रा अवमल+30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	25.36	140.2	3.57
3 किग्रा अवमल+50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	22.27	220.3	2.17
5 किग्रा अवमल	32.34	222.6	8.12
5 किग्रा अवमल+30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	29.3	236.2	4.32
5 किग्रा अवमल+50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	22.22	114.79	2.36
30 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	4.02	109.67	00
50 ग्राम म॰ रा॰ फा॰	6.07	152.36	00

सारणी 2 से स्पष्ट है कि जब अवमल और मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग एकसाथ किया गया तो शलजम की जड़ों द्वारा भारी धातुओं का अवशोषण कम हुआ है (22.22 ppm Cd, 114.79 ppm Fe, 2.36 ppm Cr) परन्तु जहाँ पर अकेले अवमल का प्रयोग हुआ है वहाँ भारी धातुओं का अवशोषण अपेक्षतया अधिक हुआ है (32.32 ppm Cd, 222.6 ppm Fe, 8.12 ppm Cr)। भारी धातुओं के अवशोषण में जो कमी आई उसके लिए राक फास्फेट उत्तरदायी है। यह राक फास्फेट अवमल के साथ क्रिया करके 50 दिनों में काफी विलेय बनकर भारी धातुओं को अविलेय बनाने में सहायक है।

सारणी 3 के अनुसार भारी धातुओं का अवशोषण जड़ों की अपेक्षा पत्तियों में कम हुआ है।

सारणी 3

शलजम की पत्तियों में अवशोषित भारी धातुओं की मात्रा

उपचार/वर्ग मीटर	भारी तत्व		
	Cd(ppm)	Fe(ppm)	Cr(ppm)
नियन्त्रण	1.27	12.36	00
3 किग्रा अवमल	29.32	70.43	7.15
3 किग्रा अवकल+30 ग्राम मा० रा० फा०	23.33	37.57	4.15
3 किग्रा अवमल+50 ग्राम मा० रा० फा०	21.23	32.52	2.12
5 किग्रा अवमल	32.32	39.24	8.15
5 किग्रा अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	27.24	30.24	4.13
5 किग्रा अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	20.4	21.23	00
30 ग्राम म० रा० फा०	2.37	4.12	00
50 ग्राम म० रा० फा०	3.32	5.17	00

स्पष्ट है कि अकेले अवमल का प्रयोग शलजम जैसी कन्द (जो तरकारी के लिए प्रयुक्त है) के लिए (विशेषकर Cd के रूप में) घातक हो सकता है किन्तु मसूरी राक फास्फेट के प्रयोग से इस विषाक्तता को कम किया जा सकता है।

निर्देश

1. के० टेटजिन, FAO Soil bulletin, 1975, page 211-217.
2. वेट्स, टी० एफ०, Soil Sci. 1971, 4, 112-116.
3. कनिंघम जे० डी०, केनी, डी० आर० तथा रेन, जे० ए०, J. Environ Qual, 1975, 4, 448.
4. बोसवेल, एफ० सी०, 1974, paper presented in 66 th annual meeting of Amer. Soc. Agron. held on Nov. 10-15 at Chicago, Illinois p. 23.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

उपगामी क्रम विनिमयी प्रतिचित्रणों हेतु 2-दूरीक समष्टि में एक स्थिर बिन्दु प्रमेय

नीलिमा शर्मा तथा पी० एल० शर्मा
गणित विभाग, सागर विश्वविद्यालय, सागर (म० प्र०)

[प्राप्त—अक्टूबर 10, 1990]

सारांश

इस प्रपत्र में एक 2-दूरीक समष्टि (X, d) पर प्रतिचित्रणों में A, S, T के लिए एक नई प्रतिचित्रण शर्त के अन्तर्गत संपाती एवं स्थिर बिन्दुओं के अस्तित्व के लिए एक प्रमेय सिद्ध किया गया है जिसमें युगल (A, S) एवं (A, T) उपगामी क्रमविनिमयी है। हमारी प्रतिचित्रण शर्त चो[1], धागे[2], सिंह तथा इसेकी[6], आचारी[3], पचपेटे[4] एवं श्याम लाल सिंह तथा विजयेन्द्र कुमार[5] द्वारा ली गई प्रतिचित्रण शर्तों से अधिक व्यापक है।

Abstract

Fixed point theorem in 2-metric spaces. *By* Neelima Sharma and P. L. Sharma, Mathematics Department, Sagar University, Sagar (M. P.)

A fixed point theorem has been given under new mappings condition in 2 metric spaces.

1. सबसे पहले हमें निम्न परिभाषा से परिचित होना होगा :

परिभाषा 1[5] : दूरीक समष्टि (X, d) पर A और T स्वप्रतिचित्रण हैं। तब A और T को x पर उपगामी क्रम विनिमयी (U-उपगामी क्रमविनिमयी) कहा जायेगा यदि और केवल यदि x के प्रत्येक अवयव a के लिए

$$\lim d(Ax_n, TAx_n, a)=0$$

और तब

$$\lim Ax_n=\lim Tx_n=u$$

अब हम अपना प्रमेय लिखेंगे :

प्रमेय : माना कि (X, d) एक 2-दूरीक समष्टि है, जहाँ d सांतत्य है । A, S, T समष्टि x पर स्व-प्रतिचित्रण है । k और q वास्तविक संख्याएं हैं जहाँ $0<q<1$ तथा

$$\min\{d(Sx, Ax, a)\, d(Ax, Ay, a), [d(Sx, Ty, a]^2, d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a),$$

$$\frac{d(Ty, Ay, a)\,[1+d(Sx, Ax, a)]}{1+d(Sx, Ty, a)} \cdot \frac{d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a)}{d(Sx, Ty, a)}\Big\}$$

$$+K \min\{d(Sx, Ax, a)\, d(Sx, Ty, a), d(Sx, Ay, a)\, d(Ty, Ax, a)$$

$$\frac{d(Sx, Ay, a)\,[1+d(Sx, Ax, a)+d(Ty, Ax, a)]}{1+d(Sx, Ty, a)} \cdot \frac{d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a)}{d(Sx, Ty, a)}$$

$$\leqslant q\, d(Sx, Ay, a)\, d(Sx, Ty, a) \tag{1.1}$$

जहाँ

$x, y, a \in X.$

किसी बिन्दु $x_0 \in X$ के लिए $\{x_n\}$ इस प्रकार से परिभाषित है :

$$Sx_{2n+1}=Ax_{2n},\ Tx_{2n+2}=Ax_{2n+1},$$

$$Ax_{n+1} \neq Ax_{n+2},\ n=0, 1, 2,... \tag{1.2}$$

अनुक्रम $\{Ax_n\}$ का कोई एक उपानुक्रम X के किसी बिन्दु z पर अभिसरित होता हो, (1.3)

प्रतिचित्रण A, S, T बिन्दु Z पर सांतत्य हों, (1.4)

युगल $\{A, S\}$ तथा $\{A, T\}$ उपगामी क्रम विनिमयी हों, तव Z प्रतिचित्रणों A, S, T का संपाती बिन्दु होगा अर्थात् $Az=Sz=Tz$ और यह अद्वितीय उभयनिष्ठ बिन्दु होगा । (1.5)

उपपत्ति : असमिका (1.1) में $x=x_{2n}$ तथा $y=x_{2n+1}$ रखने पर हम लिखेंगे

$$\min\{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a), [d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2$$

$$d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a),$$

$$\frac{d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)\,[1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]}{1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)} \times$$

$$\times \frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n2}\, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)}{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}\Big\}$$

$$+K \min\{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a),$$

$$d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n+1}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n}, a),$$

$$\frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n+1}, a)\,[1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)+d(Ax_{2n}, Ax_{2n}, a)]}{1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}$$

$$\times\frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)}{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}$$

$$\leqslant q\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a) \tag{1.6}$$

जब निम्नलिखित में से कोई सत्य होगा :

$$d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a) \leqslant q\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a) \tag{1.7}$$

$$[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \leqslant q[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \tag{1.8}$$

$$[d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)]^2 \leqslant q[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \tag{1.9}$$

अर्थात्

$$d(Ax_{2n+1}, Ax_{2n}, a) \leqslant q(Ax_{2n}, Ax_{2n-1}, a)$$

क्योंकि (1.8) असम्भव है।

इसी प्रकार यदि (1.1) में

$$x=x_{2n+1}$$

तथा

$$y=x_{2n+2}$$

रखें तो

$$d(Ax_{2n+2}, Ax_{2n+1}, a) \leqslant q\, d(Ax_{2n+1}, Ax_{2n}, a).$$

इस तरह (Ax_n) एक कोशी अनुक्रम होगा। अतः (1.3) से

$$Ax_n \to Z,\ Sx_{2n+1} \to Z,\ Tx_{2n+2} \to Z$$

तथा (1.4) के द्वारा

$$ATx_{ni} \to AZ$$

तथा

$$TAx_{ni} \to TZ$$

जहाँ $\{n_i\}$ अनुक्रम $\{n\}$ का एक उपानुक्रम है। हमें ज्ञात है कि A और T, Z उपगामी क्रम विनिमयी प्रतिचित्रण हैं, इसलिए a के प्रत्येक मान के लिए

$$\lim d(ATx_{ni}, TAx_{ni}, a)=0$$

तथा चूँकि d सांतत्य है, इस कारण

$$d(Az, Tz, a)=0$$

अर्थात्

$$AZ=TZ$$

इसी प्रकार

$$AZ=SZ$$

अब (1.1) में $x=x_{2n}$ तथा $y=z$ रखने पर तथा सीमान्त मान लेने पर

$$d(z, Az, a) \leqslant q/k\, d(z, Az, a)$$

$$\therefore \quad AZ=Z.$$

इस तरह बिन्दु Z प्रतिचित्रणों A, S, T का उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु है। यह सिद्ध करना सरल है कि Z अद्वितीय स्थिर बिन्दु है।

निर्देश

1. चौ, वाई० जे०, Pushan Kyongnam Math. J., 1985, **1**. 81-88.
2. धागे, बी० सी०, Indian J. Pure App. Math., 1985, **16**, 245-256.
3. आचारी, जे०, Math. Vesnik, 1978, **13**, 255-257.
4. पचपेटे, बी० जी०, Ind. J. Pure App. Math., 1979, **10(8)**, 1039-1043.
5. सिंह, एस० एल० तथा कुमार, बी०, **विज्ञान परिषद अनुसंधान पत्रिका**, 1987, 3 तथा 1987, **4**.
6. सिंह, एस० एल० तथा ईसकी, के०, Indian J. Phy. Math. Sc., 1983, 32-34.

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हों और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।

3. अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।

6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये। अंग्रेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दूगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा। चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे।
पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से—

फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, जाइट फिजिक० केमि०, 1928, 150, 80।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबंध सम्पादक

प्रधान सम्पादक
स्वामी सत्य प्रकाश सरस्वती

Chief Editor
Swami Satya Prakash Saraswati

सम्पादक
डा० चन्द्रिका प्रसाद
डी० फिल०

Editor
Dr. Chandrika Prasad
D. Phil.

प्रबन्ध सम्पादक
डॉ० शिवगोपाल मिश्र,
एम० एस-सी०, डी० फिल०

Managing Editor
Dr. Sheo Gopal Misra,
M. Sc., D. Phil., F. N. A. Sc.

मूल्य
वार्षिक मूल्य : 30 रु० या 12 पौंड या 40 डालर
त्रैमासिक मूल्य : 8 रु० या 3 पौंड या 10 डालर

Rates
Annual Rs. 30 *or* 12 £ *or* $ 40
Per Vol. Rs. 8 *or* 3 £ *or* $ 10

Vijnana Parishad
Maharshi Dayanand Marg
Allahabad, 211002
India

प्रकाशक :
विज्ञान परिषद्,
महर्षि दयानन्द मार्ग,
इलाहाबाद-2

मुद्रक : प्रसाद मुद्रणालय,
7 बेली ऐवेन्यू,
इलाहाबाद